№1
2024

Вестник BŌBEK

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

OJS OPEN JOURNAL SYSTEMS

bobek_organization
t.me/bobek_science
+7 776 181 86 88
+7 701 475 16 38
Астана, Казахстан
conferences2019.kz@gmail.com

INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL
«ВЕСТНИК БОБЕК»
ASTANA, KAZAKHSTAN

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ «БОБЕК»

ISSN 2664-2271

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА
eLIBRARY.RU
РИНЦ

«ВЕСТНИК БОБЕК»

№1(1). 2024

СЕРИЯ «ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ»

Международный научный журнал «ВЕСТНИК БОБЕК» ЛИЦЕНЗИРОВАН И ЗАРЕГИСТРИРОВАН В КОМИТЕТЕ ИНФОРМАЦИ И, МИНИСТЕРСТВА ИНФОРМАЦИИ И ОБЩЕСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН, регистрационный номер СВИДЕТЕЛЬСТВА: KZ94VPY00075161 от.15.08.2023 г.

АСТАНА – 2024

INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL
«ВЕСТНИК БОБЕК»
ASTANA, KAZAKHSTAN

INTERNATIONAL RESEARCH INSTITUTE «BOBEK»

ISSN 2664-2271

«BULLETIN OF BOBEK»

No.1(1). 2024
SERIES "PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES"

The international scientific journal "BOBEK NEWSLETTER" is LICENSED AND REGISTERED WITH THE INFORMATION COMMITTEE, MINISTRY OF INFORMATION AND SOCIAL DEVELOPMENT OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN, CERTIFICATE registration number: KZ94VPY00075161 dated 08/15/2023.

ASTANA – 2024

Consolidation of legal entities in the form of an association «National Movement «Bobek», 2024

ПЛАНИМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ ПРАКТИКУМЫ «ВАН-ОБЕЛЬ ТЕОРЕМАСЫ» ТАҚЫРЫБЫНА ЕСЕПТЕР ШЫҒАРУ

Курганбаев Медет Жалгашевич
математика пәнінің мұғалімі, педагог-модератор
«№178 мамандандырылған лицей» коммуналдық мемлекеттік мекемесі,
Алматы қ., Қазақстан

Аңдатпа: *мақалада жаңартылған білім беру бағдарламасында орын алатын маңызды мәселелердің бірі, планиметриялық есептерді шығару әдістемесі қарастырылған. Алайда осы мақалада қарастырылатын теорема мектеп бағдарламасына енбейтін, олимпиадалық есептерде кездесетін теоремалардың бірі. Ван-Обель теоремасының көмегімен күрделі геометриялық есептерді шығаруға болады.*

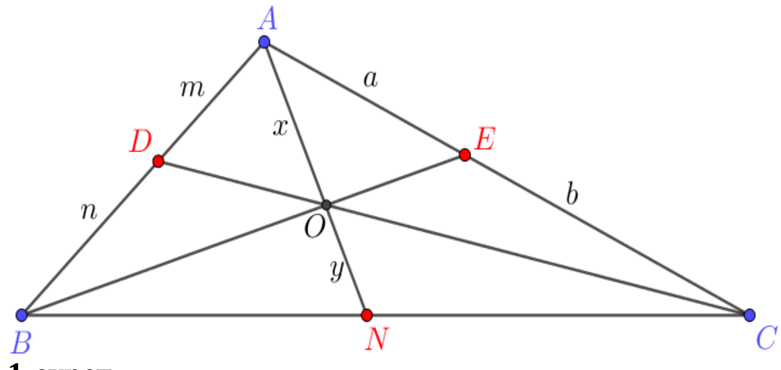
Түйінді сөздер: *үшбұрыштың тамаша нүктелері, берілген қатынаста бөлу, Менелай, Чева теоремалары.*

Ван-Обель теоремасына есептерді қарастырайық

Ван-Обель теоремасы. Егер ABC үшбұрышының төбелерімен беттеспейтін оның қабырғалары бойынан $D \in AB; E \in AC; N \in BC$ нүктелері берілсе, онда осы нүктелерге жүргізілген чевианалар қандай да бір O нүктесінде қиылысады. Айталық, $\frac{AD}{DB} = \frac{m}{n}; \frac{AE}{EB} = \frac{a}{b}; \frac{AO}{ON} = \frac{x}{y}$ болсын, онда келесі теңдік орындалады:

$$\frac{AD}{DB} + \frac{AE}{EB} = \frac{AO}{ON}$$

$$\frac{m}{n} + \frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

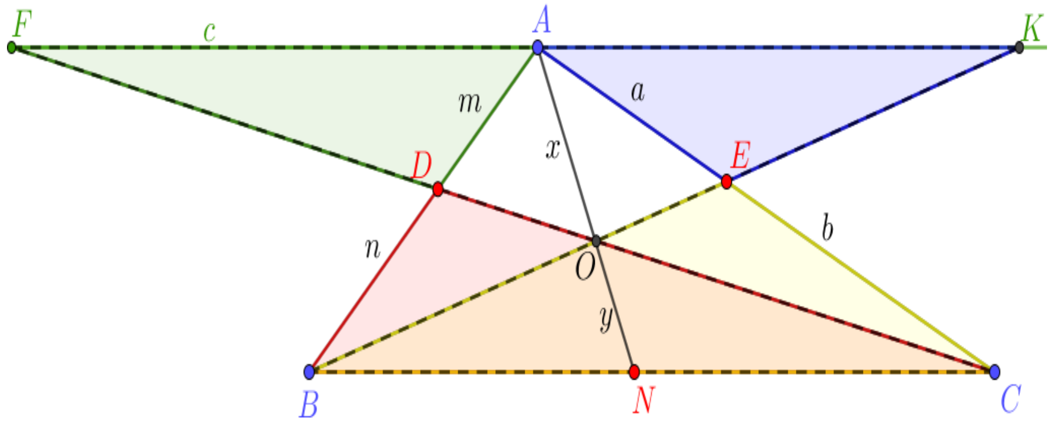


1-сурет

Алдыңғы екі теоремалардың дәлелдеулері мектеп оқулықтарында бар болса, ал осы теореманың дәлелдемесін толық келтіруге тура келеді.

Дәлелдеуі: Теореманы дәлелдеу үшін қосымша салуларды жүргізіп, үшбұрыштардың ұқсастықтарын қолдану арқылы дәлелденеді.

1) A нүктесі арқылы BC қабырғасына параллель c түзуін жүрізіп, BE, CD чевианаларының созындыларын сол c түзуімен қиылыстырамыз.



2-сурет

2) Кесінділердің қасиеттері бойынша: $FK = FA + AK$.

Үшбұрыштардың ұқсастықтарын қолданамыз:

$\Delta FKO \sim \Delta CBO$

$$\frac{FK}{CB} = \frac{KO}{OB} = \frac{FO}{OC} = \frac{x}{y}$$

(екі бұрышы бойынша: $\angle KFO = \angle BCO$ – ішкі айқыш бұрыштар; $\angle FOK = \angle COB$ – вертикаль бұрыштар)

$\Delta FDA \sim \Delta CDB$

$$\frac{FA}{CB} = \frac{DA}{DB} = \frac{m}{n}$$

(екі бұрышы бойынша: $\angle AFD = \angle BCD$ – ішкі айқыш бұрыштар; $\angle FDA = \angle CDB$ – вертикаль бұрыштар)

$\Delta KEA \sim \Delta BEC$

$$\frac{KA}{BC} = \frac{EA}{EC} = \frac{a}{b}$$

(екі бұрышы бойынша: $\angle EKA = \angle EBC$ – ішкі айқыш бұрыштар; $\angle KEA = \angle BEC$ – вертикаль бұрыштар)

3) Үшбұрыштардың ұқсастықтарынан кесінділерді теңестіріп, ізделінді қосындыны аламыз:

$$\frac{FK}{CB} = \frac{AO}{ON} = \frac{x}{y}; \frac{FA}{CB} = \frac{DA}{DB} = \frac{m}{n}; \frac{AK}{CB} = \frac{EA}{EC} = \frac{a}{b};$$

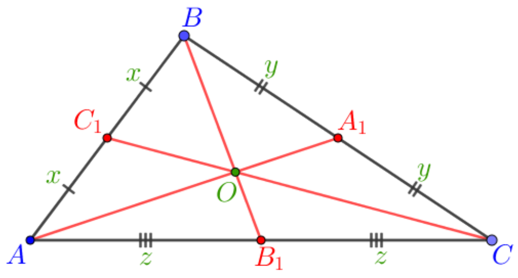
$$\frac{AO}{ON} = \frac{FA + AK}{CB} = \frac{FA}{CB} + \frac{AK}{CB} = \frac{m}{n} + \frac{a}{b} = \frac{x}{y};$$

$$\frac{x}{y} = \frac{m}{n} + \frac{a}{b}$$

Теорема дәлелденді.

Аталған теоремалардың қолданыстарын көрсетейік.

Теорема. Үшбұрыштың медианалары бір нүктеде қиылысады және медианалардың қиылысу нүктесі медиананы үшбұрыштың төбесінен бастап санағанда 2:1 қатынасында бөлінеді.



3-сурет

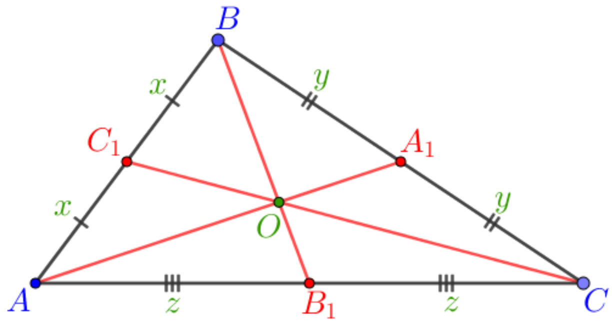
Дәлелдеуі: Теореманы дәлелдемес бұрын, келесі белгілеулерді енгіземіз:

$AB = 2x; AC_1 = BC_1 = x;$

$BC = 2y; BA_1 = CA_1 = y;$

$AC = 2z; AB_1 = CB_1 = z.$

3) Ван-Обель теоремасы бойынша, медианалардың қиылысу нүктесі медиананы үшбұрыштың төбесінен бастап санағанда 2:1 қатынасында бөлінетіндігін көрсетейік:



4-сурет

$$\frac{OC}{OC_1} = \frac{CA_1}{A_1B} + \frac{CB_1}{B_1A}$$

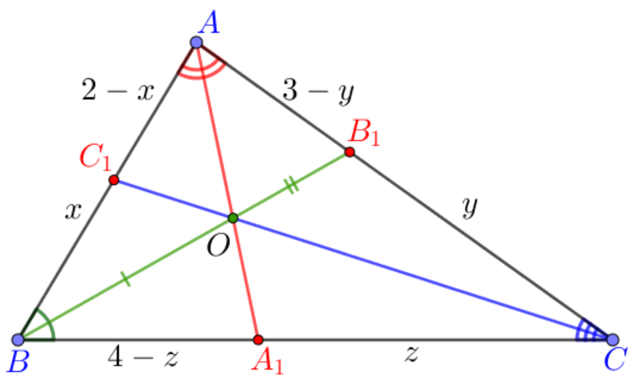
$$\frac{OC}{OC_1} = \frac{y}{y} + \frac{z}{z} = 1 + 1 = 2$$

$$OC : OC_1 = 2:1$$

Теорема дәлелденді.

Қорытындылайтын болсақ, жоғарыда қарастырылған стереометриялық есептерді шешу барысында планиметрияның іргелі есептеріне келтіру, байланыстарды орнатып, планиметрия курсында алған теориялық білімдері мен формулаларды қолдану ерекшеліктерін жетілдіруге келтіріледі.

Мысал 1. ABC үшбұршының CB, CA, AB қабырғаларының ұзындықтары сәйкесінше 4, 3, 2 -ге тең. Биссектрисалардың қиылысу нүктесі B бұрышының биссектрисасын қандай қатынаста бөледі?



5-сурет

Шешуі: Ван-Обель теоремасы бойынша ізделінді қатынас келесі түрде жазылады: $\frac{BO}{OB_1}=\frac{BC_1}{AC_1}+\frac{BA_1}{A_1C}$, мұндағы $AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1=\{O\}-$үшбұрыш биссектрисаларының қиылысу нүктесі. Есепті шығармас бұрын, суреттегі белгілеулерді жазып алып, үшбұрыш биссектрисаларының қасиеттерін 2 рет қолданамыз:

$$BC_1=x; AC_1=2-x$$

$$AB_1=3-y; B_1C=y$$

$$BA_1=4-z; CA_1=z$$

1) Биссектрисаның қасиеті бойынша:

$$\frac{BA_1}{A_1C}=\frac{AB}{AC}$$

$$\frac{4-z}{z}=\frac{2}{3};$$

$$12-3z=5z$$

$$z=\frac{12}{5}$$

$$A_1C=\frac{12}{5}; BA_1=4-\frac{12}{5}=\frac{8}{5}$$

$$\frac{BA_1}{CA_1}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

2) Биссектрисаның қасиеті бойынша:

$$\frac{AC_1}{C_1B}=\frac{AC}{BC}$$

$$\frac{2-x}{x}=\frac{3}{4};$$

$$8-4x=3x$$

$$x=\frac{8}{7}$$

$$C_1B=\frac{8}{7}; AC_1=2-\frac{8}{7}=\frac{6}{7}$$

$$\frac{BC_1}{AC_1}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

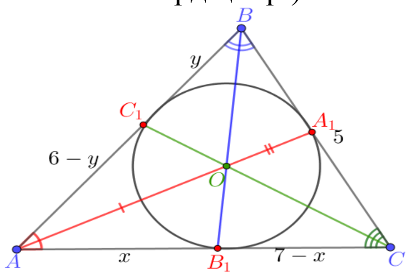
Пайда болған қатынастарды мүшелеп қосатын болсақ, есептің шартындағы ізделінді қатынас шығады:

$$\frac{BO}{OB_1}=\frac{BC_1}{AC_1}+\frac{BA_1}{A_1C}=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{6}{3}=2;$$

$$BO:OB_1=2:1$$

Жауабы: 2:1

Мысал 2. ABC үшбұрышында $AB=6, BC=5, AC=7.$ Үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің центрі AA_1 биссектрисасын A төбесінен бастағанда қандай қатынаста бөлетінін анықтаңыз (ҰБТ 2019 маусым айында математика пәні бойынша келген есептердің бірі).



6-сурет

Шешуі: Кез келген үшбұрышқа шеңбер сызылу үшін оның центрі үшбұрыш биссектрисаларының қиылысу нүктесінде жатады, яғни $AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 = \{O\}$ – үшбұрыш биссектрисаларының қиылысу нүктесі. Ван-Обель теоремасы бойынша ізделінді қатынас келесі түрде жазылады:

$$\frac{AO}{OA_1} = \frac{AC_1}{BC_1} + \frac{AB_1}{B_1C}.$$

Алдыңғы есеп сияқты биссектрисаның қасиетін екі рет қолданамыз.

1) $\frac{BC}{AC} = \frac{BC_1}{C_1A}; \frac{5}{7} = \frac{y}{6-y};$

$$30 - 5y = 7y$$
$$12y = 30$$
$$y = \frac{5}{2} = 2{,}5$$
$$BC_1 = 2{,}5; C_1A = 6 - 2{,}5 = 3{,}5$$
$$\frac{AC_1}{BC_1} = \frac{3{,}5}{2{,}5} = 1{,}4$$

2) $\frac{AB}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C}; \frac{6}{5} = \frac{x}{7-x};$

$$42 - 6x = 5x$$
$$11x = 42$$
$$x = \frac{42}{11}$$
$$AB_1 = \frac{42}{11}; B_1C = 7 - \frac{42}{11} = \frac{35}{11}$$
$$\frac{AB_1}{B_1C} = \frac{42}{35} = 1{,}2$$

3) Пайда болған қатынастарды мүшелеп қосатын болсақ, есептің шартындағы ізделінді қатынас шығады:

$$\frac{AO}{OA_1} = \frac{AC_1}{BC_1} + \frac{AB_1}{B_1C} = 1{,}4 + 1{,}2 = 2{,}6 = 2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$\frac{AO}{OA_1} = \frac{13}{5}; AO : OA_1 = 13 : 5$$

Жауабы: $\frac{13}{5}$

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. М.А.Асқарова Геометрия. Планиметрия. Теориясы мен есептерді шығару әдістемесі Алматы: Абай атындағы ҚазҰПУ, 2012 ж.
2. Ә.С.Жұмаділдаева Геометрия 7-9 сынып (көмекші оқу құралы) Алматы 2012.
3. И.П.Рустюмова, С.Т.Рустюмова Математикадан ұлттық бірыңғай тестілеуге арналған тренажер «ИП Волкова» Алматы 2013.
4. В.В.Казаков Наглядная геометрия 8-9 класс Минск «Аверсэв» 2014.

УДК 53:37.016

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Адгезалова Хатыря Агакарим кызы,
доктор философии по физике, доцент кафедры «Общая физика» АГПУ,
Баку, Азербайджан
Гусейнов Джахангир Ислам оглы,
доктор физических наук, профессор кафедры «Общая физика» АГПУ,
Баку, Азербайджан
Гасанов Октай Маилович,
доктор философии по физике, доцент кафедры «Общая физика» АГПУ,
Баку, Азербайджан

Аннотация: *Полупроводник — материал, который по своей удельной проводимости занимает промежуточное место между проводниками и диэлектриками отличается от проводников сильной зависимостью удельной проводимости от концентрации примесей, температуры и воздействия различных видов излучения. Основным свойством полупроводника является увеличение электрической проводимости с ростом температуры. Полупроводниками являются вещества, ширина запрещённой зоны которых составляет порядка нескольких электрон-вольт (эВ).*

Ключевые слова: *полупроводник, фотоны, постоянная Планка, оптические переходы, валентная зона, экситонные зоны.*

Поглощение света полупроводниками обусловлено переходами между энергетическими состояниями зонной структуры. Учитывая принцип запрета Паули, электроны могут переходить только из заполненного энергетического уровня на незаполненный. В собственном полупроводнике все состояния валентной зоны заполнены, а все состояния зоны проводимости незаполненные, поэтому переходы возможны лишь из валентной зоны в зону проводимости. Для осуществления такого перехода электрон должен получить от света энергию, превышающую ширину запрещённой зоны. Фотоны с меньшей энергией не вызывают переходов между электронными состояниями полупроводника, поэтому такие полупроводники прозрачны в области частот, где — ширина запрещённой зоны, — постоянная Планка. Эта частота определяет фундаментальный край поглощения для полупроводника. Для полупроводников, которые зачастую применяются в электронике (кремний, германий, арсенид галлия) она лежит в инфракрасной области спектра.

Дополнительные ограничения на поглощение света полупроводников накладывают правила отбора, в частности закон сохранения импульса. Закон сохранения импульса требует, чтобы квазиимпульс конечного состояния отличался от квазиимпульса начального состояния на величину импульса поглощённого фотона.

При частотах, близких к фундаментальному краю поглощения, это возможно только для прямозонных полупроводников. Оптические переходы в полупроводниках, при которых импульс электрона почти не меняется называются прямыми или вертикальными. Импульс конечного состояния может значительно отличаться от импульса начального состояния, если в процессе поглощения фотона участвует ещё одна, третья частица, например, фонон. Такие переходы тоже возможны, хотя и менее вероятны. Они называются непрямыми переходами.

Таким образом, прямозонные полупроводники, такие как арсенид галлия, начинают сильно поглощать свет, когда энергия кванта превышает ширину запрещённой зоны. Такие полупроводники очень удобны для использования в оптоэлектронике.

Непрямозонные полупроводники, например, кремний, поглощают в области частот света с энергией кванта чуть больше ширины запрещённой зоны значительно слабее, только благодаря непрямым переходам, интенсивность которых зависит от присутствия фононов, и следовательно, от температуры. Граничная частота прямых переходов кремния больше 3 эВ, то есть лежит в ультрафиолетовой области спектра.

При переходе электрона из валентной зоны в зону проводимости в полупроводнике возникают свободные носители заряда, а следовательно фотопроводимость.

При частотах ниже края фундаментального поглощения также возможно поглощение света, которое связано с возбуждением экситонов, электронными переходами между уровнями примесей и разрешенными зонами, а также с поглощением света на колебаниях решётки и свободных носителях. Экситонные зоны расположены в полупроводнике несколько ниже дна зоны проводимости благодаря энергии связи экситона. Экситонные спектры поглощения имеют водородоподобную структуру энергетических уровней. Аналогичным образом примеси, акцепторы или доноры, создают акцепторные или донорные уровни, лежащие в запрещённой зоне. Они значительно модифицируют спектр поглощения легированного полупроводника. Если при непрямозонном переходе одновременно с квантом света поглощается фонон, то энергия поглощенного светового кванта может быть меньше на величину энергии фонона, что приводит к поглощению на частотах несколько ниже по энергии от фундаментального края поглощения.

В случае собственного поглощения происходит взаимодействие фотонов с электронами в валентной зоне, т. е. с собственными электронами атомов, составляющих кристаллическую решетку, Фотоны определенной энергии способны отдать свою энергию этим электронам, оторвать их от атомов и перевести электроны на более высокие энергетические уровни. В этом случае фотоны поглощаются в кристалле. При собственном поглощении переходы могут быть прямые, когда волновой вектор электрона остается неизменным, и электрон и оставляемая им дырка имеют одинаковые квазиимпульсы. Возможны также непрямые переходы с участием фононов, которым передается избыточный импульс. По краю собственного поглощения можно определить ширину запрещенной зоны полупроводника.

В некоторых полупроводниках наблюдается экситонное поглощение. При поглощении фотонов образуются экситоны, которые могут блуждать по кристаллу. При столкновении с примесными центрами экситон может либо распасться и образовать электрон и дырку, либо рекомбинировать и перевести атом в невозбужденное состояние. В первом случае экситону необходима тепловая энергия, во втором — либо происходит излучение кванта энергии, либо энергия экситона переходит решетке полупроводника в виде теплоты.

Поглощение на свободных носителях имеет место, когда фотоны реагируют со свободными носителями заряда в разрешенных зонах. При этом энергия фотонов расходуется на перевод носителей заряда на более высокие уровни. Под действием электрического поля световой волны носители заряда совершают колебательные движения синхронно с полем и при столкновении с узлами решетки отдают накопленную энергию.

В случае примесного поглощения света фотоны взаимодействуют с примесными атомами, ионизируя или возбуждая их. Взаимодействие фотонов с примесными атомами носит резонансный характер.

В полупроводниковых кристаллах также имеет место поглощение света кристаллической решеткой. Оно проявляется в далекой ИК-области спектра и накладывается на другие виды поглощения.

В случае примесного и собственного оптического поглощения происходит генерация неравновесных носителей заряда, которая сопровождается изменением электрических свойств полупроводника при освещении — наблюдается эффект фотопроводимости, используемый для создания широкого класса приборов. К неравновесным оптическим явлениям, характерным для полупроводниковых кристаллов и нашедших широкое применение в полупроводниковом приборостроении относится люминесценция.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дж.И. Гусейнов, Т.А. Джафаров, М.И. Мургузов, Гасанов О.М. Электронные явления в сплавах системы Sn-Тв-Se XI российская конференция по физике полупроводников, Санкт-Петербург, 16-20 сентября 2013.
2. А.Б.Абасов, Дж.И.Гусейнов, О.М. Гасанов Электрофизические свойства соединений Рв-Yв-Se Сборник трудов IX Международной конференции, Санкт-Петербург, 7-10 июля 2014г. Ст. 240-242.
3. О.М. Гасанов, Х.А.Адгезалова, Д.И. Гусейнов Исследование спектров фотопроводимости монокристаллов $(SnS)_{1-x}(GdS)_x$ (X=0,001;0,002) International Conference MODERN TRENDS IN PHYSICS 20-22 april 2017, Baku.
4. О.М. Гасанов, Дж. И. Гусейнов, Х. А. Адгезалова, А. О. Дащдемиров Влияние атомов Gd на фоточувствительность монокристалла SnS Прикладная физика, научно-технический журнал, 2017, №4, Москва ст. 42-45
5. О.М.Гасанов, Х.А.Адгезалова, Дж.И.Гусейнов, А.С. Алекперов Особенности и перспективы слоистого полупроводника GeS с участием редкоземельных элементов Материалы VII Международной научно-практической конференции «Наука и образование в современном мире», 20-22 октября, 2020, Нур-Султан, Казахстан, ст. 111-113.
6. О.М.Гасанов, Х.А.Адгезалова, Дж.И.Гусейнов Процессы теплопереноса в твердых растворах $(SnSe)_{1-x}$-$(LnSe)_x$ Журнал «Инновационные научные исследования», выпуск №1-2(3), январь 2021, г.Уфа. ст. 14-24.
7. О.М.Гасанов, Х.А.Адгезалова, Дж.И.Гусейнов Применение фоточувствительных полупроводников Международный научно-практический журнал ENDLESS LIGHT in SCIENCE 30 Ноября 2023 Алматы, Казахстан, ст. 369-372.

ӘОЖ 513(0.76)

БЕТТІҢ БІРІНШІ КВАДРАТТЫҚ ФОРМАСЫ

Айдарова Мадина Мухамеджанова
М. Әуезов атындағы ОҚУ жаратылыстану ғылымдары және
педагогикасы жоғары мектебінің магистранты
Ғылыми жетекші – Сейтмуратов А.Ж.
Шымкент, Қазақстан

Аннотация: *Дифференциалдық геометрияның алғашқы есептері мен ұғымдары математикалық талдаудың дүниеге келуімен байланысты және ол туралы мәліметтер Г.Лейбництің , И.Ньютонның тағы басқа 17 ғасырдың математиктерінің жұмыстарында кездеседі. Дифференциалдық геометрия бөлек пән ретінде Л.Эйлер және Г.Монж жұмыстарында қалыптаса бастады. Г.Монжтың ең танымал болған 1795 жылы жазылған «Талдауды геометрияға қолдану» жұмысы. Мақалада беттің бірінші квадраттық формасы қарастырылып, оның қасиеттері келтірілген. Беттегі қисық ұзындығы, беттегі қисықтар арасындағы бұрыш беттің бірінші квадраттық формасы көмегімен табылып, мысалдар келтірілген.*

Тірек сөздер: *бірінші квадраттық форма, дифференциал, бет, жазықтық, қисық, доға ұзындығы.*

Жатық F бет

$$\vec{r}=\vec{r}\,(u,v) \qquad (1)$$

теңдеуімен берілсін. Мұның дифференциалы $d\vec{r}=\vec{r}_u\,du+\vec{r}_v\,dv$ арқылы табылады. Квадраттық форма төмендегіше есептеледі[1].

$$d\vec{r}^{\,2}=\vec{r}_u^{\,2}du^2+2\vec{r}_u\,\vec{r}_v\,dudv+\vec{r}_v^{\,2}\,dv^2 \qquad (2)$$

Сондықтан оны, яғни $d\vec{r}^{\,2}$-ты беттің бірінші квадраттық формасы немесе беттің сызықтық элементі дейді. Беттің бірінші квадраттық формасын I_1, ал $\vec{r}_u\,\vec{r}_u=E$, $\vec{r}_u\,\vec{r}_v=F$, $\vec{r}_v^{\,2}=G$ деп белгілеу енгізелік. Сонда беттің бірінші квадраттық формасы былайша жазылады.

$$I_1=Edu^2+2Fdudv+G\,dv^2 \qquad (3)$$

Беттің бірінші квадраттық формасының мынадай қасиеттері бар:

1^0. Беттің бірінші квадраттық формасы оң, анықталған болады. Өйткені $d\vec{r}\neq 0$ болса, $d\vec{r}^{\,2}>0$ болады.

2^0. Беттің бірінші квадраттық формасы тек $du=dv=0$ болғанда ғана 0-ге тең болады, өйткені $\vec{r}_u\times\vec{r}_v\neq 0$ болу талабы орындалу үшін $\vec{r}_u\neq 0$, $\vec{r}_v\neq 0$ болу керек. Сондықтан $du=0$, $dv=0$ болғанда ғана $I_1=0$ болу керек.

3^0. Беттің бірінші квадраттық формасы бетті параметрлеуге байланысты болмайды яғни $\vec{r}=\vec{r}\,(u,\ v)$ мен $\vec{z}_*=\tau_*(U_*,V_*)$ беттегі әртүрлі параметрленуі болса, онда $d\vec{r}=d\vec{r}$ болады.

Беттің бірінші квадраттық формасына мысалдар.

а) Егер F бет жазықтық болса және оған O_{xy} координата жүйесі ендірілсе, жазықтық теңдеуі $\vec{r}=x\dot{i}+y\vec{\gamma}$ болар еді. Бұдан $d\vec{r}=\dot{i}\,dx+\vec{\gamma}\,dy$, ал $\dot{i}\,\dot{i}=\vec{\gamma}\,\vec{\gamma}=1$, $\dot{i}\,\vec{\gamma}=0$ екенін ескерсек, $d\vec{r}^{\,2}=dx^2+dy^2$ сонымен, жазықтықтың бірінші квадраттық формасы $I_1=dx^2+dy^2$ болады екен.

б) Егер F бет $Z=f(x, y)$ теңдеумен берілсе, онда беттің векторлық теңдеуі $\vec{r}(x, y)=x\vec{i}+y\vec{\gamma}+f(x, y)\vec{k}$ болар еді. Бұдан $\vec{r}_x=\vec{i}+f_x(x, y)\vec{k}$, $\vec{r}_y=\vec{\gamma}+f_y(x,y)\vec{k}$ болатындықтан $E=\vec{r}_x\vec{r}_x=1+f_x^2(x, y)$, $F=\vec{r}_x\vec{r}_y=f_x f_y$; $G=\vec{r}_y\vec{r}_y=1+f_y^2(x, y)$ болады да, бұл кездегі беттің бірінші квадраттық формасы $I_1=(1+f_x^2)dx^2+2f_xf_ydxdy+(1+f_y^2)dy^2$ болады.

в) Егер F бет радиусы R-ге тең сфера болса, оның ағымдық нүктесінің сфералық координаталарын (R, u, v), декарттық координаталары (x,y, z) десек

$$\left.\begin{aligned} x &= R\cos u\cos v \\ y &= R\sin u\sin v \\ z &= R\sin v \end{aligned}\right\}$$

болады. Бұдан $x_u=-R\sin u \cos v$, $y_u=R\cos u \cos v$, $z_u=0$ болады да

$$\begin{cases} E=\vec{r}_u\vec{r}_u=x_ux_u+y_uy_u+z_uz_u=R^2\cos^2 v \\ F=\vec{r}_u\vec{r}_v=x_ux_v+y_uy_v+z_uz_v=0 \\ G=\vec{r}_v\vec{r}_v=x_vx_v+y_vy_v+z_vz_v=R^2 \end{cases}$$

Сонда сфераның бірінші квадраттық формасы $I_1=R^2\cos^2 v du^2+R^2dv^2$ болады.

Беттегі қисық ұзындығы

F бет uv жазықтықтағы $Д$ облыстың топологиялық бейнесі болсын. $Д$ облыста $u=u(t)$, $v=v(t)$ сызық берілсін, оның F беттегі бейнесі L сызығы болсын. Сонда егер бет теңдеуі $\vec{r}=\vec{r}(u, v)$ болса, ол беттегі сызық теңдеуі $\vec{r}=\vec{r}(u(t),b(t))$ болар еді[2].

Мұндағы t қандай да бір аралықта болар еді. Дифференциалын тапсақ $\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{r}_u\frac{du}{dt}+\vec{r}_v\frac{dv}{dt}$ болады.

Ал, $\frac{dS}{dt}=\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|$ болатынын ескере отырып, $\frac{dS}{dt}=\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|=\left|\vec{r}_u\frac{du}{dt}+\vec{r}_v\frac{dv}{dt}\right|=$

$$=\sqrt{\left|\vec{r}_u\frac{du}{dt}+\vec{r}_v\frac{dv}{dt}\right|^2}=\sqrt{\vec{r}_u\vec{r}_u\left(\frac{du}{dt}\right)^2+2\vec{r}_u\vec{r}_v\frac{du}{dt}\frac{dv}{dt}+\vec{r}_v\vec{r}_v\left(\frac{du}{dt}\right)^2}=\sqrt{E\left(\frac{du}{dt}\right)^2+2F\frac{du}{dt}\frac{dv}{dt}+G\left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$$

Бұдан $[t_1, t_2]$ аралықтағы доға ұзындығы

$$S_{(t_1,t_2)}=\int_{t_1}^{t_2}\sqrt{E\left(\frac{du}{dt}\right)^2+2F\frac{du}{dt}\frac{dv}{dt}+G\left(\frac{dv}{dt}\right)^2}\,dt=\int\sqrt{J}idt\,.$$

Бұдан беттегі қисық доғаның ұзындығын табу үшін беттің бірінші квадраттық формасын білу жеткілікті екен. Сондықтан беттің бірінші квадраттық формасы беттегі метриканы анықтайды дейді де, оны беттің сызықтық элементі деп те атайды.

Бұдан

$$ds^2=d\vec{r}^{\,2}=I_1 \tag{4}$$

Беттегі қисықтар арасындағы бұрыш

$Д$ облыста $u=u_1(t)$, $v=v_1(t)$ және $u=u_2(t)$, $v=v_2(t)$ теңдеулермен екі сызық берілсін. Олар $Д$ облысты F бетке көшіретін гомеоморфизмде $M_0(u_o, v_o)$ нүктеде қиылысатын L_1, L_2

қисықтарға көшсін. Бұл қисықтар арасындағы біріншіден M_0 нүктеден оларға жүргізілген жанамалар арасындағы бұрышты айтады. Егер бұл қисықтар бойымен дифференциалдауды d және ∂ деп белгілесек, онда бұл сызықтарға жүргізілген жанамалар $d\vec{r} = \vec{r}_u du + \vec{r}_v dv$, $\partial\vec{r} = \vec{r}_u \delta u + \vec{r}_v \delta v$ бағытта болар еді ($d\vec{r}$ вектор бағытына $\vec{r}_u$ мен $\vec{r}_v$ әсер етпейді). Олар M_0 нүкте үшін тұрақты болады. Сондықтан $d\vec{r}$ бағытты du:dv қатынас анықтайды. Беттегі M нүктенің du:dv бағыты деп $d\vec{r} = \vec{r}_u du + \vec{r}_v dv$ вектор бағытын айтады. $d\vec{r}$ мен $\partial\vec{r}$ жанама векторлары арасындағы бұрыш Θ болсын.

Сонда

$$\cos\theta = \frac{d\vec{r}\cdot\delta r}{|d\vec{r}\,||\,\delta r|} = \left(\frac{\left(\vec{r}_u du + \vec{r}_v dv\right)\left(\vec{r}_v \delta u + \vec{r}_v \delta v\right)}{\sqrt{\left(\vec{r}_u d_u + \vec{r}_v dv\right)^2\left(\vec{r}_u \delta u + \vec{r}_v \delta v\right)^2}}\right) =$$

$$= \frac{\vec{r}_u\vec{r}_u du\delta u + \vec{\tau}_u\vec{\tau}_u(du\delta v + \delta u dv) + \vec{r}_v\vec{r}_v dv\delta v}{\sqrt{\vec{r}_u\vec{r}_u du^2 + 2\vec{r}_u\vec{r}_v dudv + \vec{r}_v\vec{r}_v dv^2}\sqrt{\vec{r}_u\vec{r}_u du^2 + 2\vec{r}_u\vec{r}_v \delta u\delta v + \vec{r}_v\vec{r}_v \delta v^2}} =$$

$$= \frac{Edu\delta u + (du\delta v + dv\delta u)F + Gdv\delta v}{\sqrt{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2}\sqrt{E\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2}}$$

Сонымен L_1, L_2 қисықтар арасындағы $\boldsymbol{\Theta}$ бұрыш мына формуламен табылады.

$$Cos\theta = \frac{Edu\delta v + (du\delta v + dv\delta u)F + Gdv\delta v}{\sqrt{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2}\sqrt{E\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2}} \quad (5)$$

u сызығы бойында *v=Const*, *v*-сызығы бойында *u=const* болатындықтан *dv=0*, *δu=0* болады да, *u мен v* сызықтар арасындағы бұрыш

$$Cos\theta = \frac{Edu + (du\delta v + dv\delta u)F + Gdv\delta v}{\sqrt{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2}\sqrt{E\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{Fdu\delta v}{\sqrt{Edu^2}\sqrt{Gdv^2}} = \frac{F}{\sqrt{EG}} \quad (6)$$

формуламен табылады[3].

Егер координаттық тор ортогонал болса, яғни $\Theta=90^0$ болса, онда $\cos\Theta = \cos 90^o$ болатындықтан (6)-да $F=0$ болады. Сөйтіп $F=0$ болатын беттер үшін координаттық тор дара ортогонал болады.

Беттегі қисықтар арасындағы бұрышты өзгертпей бетті түрлендіру конформды түрлендіру делінеді. Географиялық карталар жер бетін конформды кескіндеу болып табылады[4].

Мысалдар қарастырайық.

1-мысал. $x = \frac{u}{2}\left(\sqrt{3}\cos v + \sin v\right)$, $y = \frac{u}{2}\left(\sqrt{3}\sin v - \cos cv\right)$, $z = uv$

$(0 \le u < \infty,\ 0 \le v < 2\pi)$ бетте жатқан $u = \frac{1}{2}$ a v^2 қисықтың *A(u=0, v=0)* нүктеден *B(u=20, v=2)* нүктеге дейінгі ұзындығын табыңдар.

Шешуі: алдымен 1-квадраттық форманы табу керек.

$\vec{r}_u=\{x_u, y_u, z_u\}=\{\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos v+\sin v),\ \frac{1}{2}(\sqrt{3}\sin v-\cos v), 0\}$

$\vec{r}_v=\{\frac{u}{2}(-\sqrt{3}\sin v+\cos v),\ \frac{u}{2}(\sqrt{3}\cos v+\sin v), a\}=\{x_v,y_v,z_v\}$

Сонда

$E=\vec{r}_u\vec{r}_u=\frac{1}{4}(3\cos^2 v+2\sqrt{3}\cos v\sin v+\sin^2 v)+\frac{1}{4}(3\sin^2 v-2\sqrt{3}\sin v\cdot\cos v-- \cos^2 v)+0^2=1.$

$F=\vec{r}_u\vec{r}_v=\frac{u}{4}(-3\cos v\sin v-\sqrt{3}\sin^2 v+\sqrt{3}\cos^2 v+\sin v\cos v)+\frac{u}{4}(3\sin v\cos v -$

$-\sqrt{3}\cos^2 v+\sqrt{3}\sin^2 v-\sin v\cos v)+0=0.$

$G=\vec{r}_v\vec{r}_v=\frac{u^2}{4}(3\sin^2\gamma-2\sqrt{3}\sin v\cos v+\cos^2 v)+\frac{u^2}{4}(3\cos^2\gamma+2\sqrt{3}\cos\gamma\sin\gamma+$

$+\sin^2\gamma)+a^2=u^2+a^2.$

Ал, $u=\frac{1}{2}av^2$ *тан* $\frac{du}{dv}=\frac{1}{2}a^2v=av$

Сонда

$$S=\int_0^2\sqrt{E\left(\frac{du}{dv}\right)^2+2F\frac{du}{dv}\frac{dv}{dv}+G\left(\frac{du}{dv}\right)^2}dv=\int_0^2\sqrt{a^2v^2+0+a^2+\frac{1}{4}a^2v^4}=\int_0^2\sqrt{\frac{a^2}{4}(v^u+4v^2+4dv}=$$

$$=\frac{a}{2}\int_0^2(v^2+2)dv=\frac{a}{2}\left(\frac{v^3}{3}+2v\right)\Bigg|_0^2=\frac{a}{2}\left(\frac{8}{3}+4\right)=\frac{20a}{6}=\frac{10a}{3}$$

2-мысал. $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=u^2$ беттегі $v=u+1$, $v=3-u$ қисықтар арасындағы бұрышты табыңдар.

Шешуі: $x_u=\cos v$, $y_v=\sin v$, $z_u=2u$, $x_u=-u\sin v$, $y_v=u\cos v$, $z_v=0$

$$\vec{E}=\vec{r}_u\vec{r}_u=\cos^2 v+\sin^2 v+4u^2=1+4u^2$$

$$\vec{F}=\vec{r}_u\vec{r}_v=-u\sin v\cos v+u\sin v\cos v+0=0$$

$$G=\vec{r}_v\vec{r}_v=u^2\sin^2 v+u^2\cos^2 v+0=u^2$$

$$\cos\theta=\frac{Edu\delta u+F(du\delta v+dv\delta u)+Gdv\delta v}{\sqrt{Edu^2+2Fdudv+Gdv^2}\sqrt{E\delta u^2+2F\delta u\delta v+Gdv^2}}$$

Бізде d белгі $v=u+1$ қисығы бойымен алынған дифференциал $dv=du$, δ белгі $v=3-u$ қисығы бойымен алынған дифференциал $\delta v=-\delta u$.

$$\cos\theta=\frac{(1+4u^2)du\delta u+0+u^2du(-\delta u);}{\sqrt{(1+4u^2)du^2+0+u^2dv^2}\sqrt{(1+4u^2)\delta u^2+0+u^2(-\delta u)^2}}=$$

$$=\frac{(1+3u^2)du\delta u}{\sqrt{(1+5u^2)du^2}\sqrt{(1+5u^2)\delta u^2}}=\frac{(1+3u^2)du\delta u}{(1+5u^2)du\delta u}=\frac{1+3u^2}{1+5u^2}.$$

$v=u+1$ мен $v=3-u$ сызықтары $u=1$, $v=2$ нүктеде қиылысады.

Сонда $\cos\theta=\frac{1+3\cdot 1}{1+5\cdot 1}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$, $\cos\theta=\frac{2}{3}$; $\theta=\arccos\frac{2}{3}$.

3-мысал. $x=u\cos v$, $y=\sin v$, $z=av$ геликоидада жатқан $u=0$, $u=a$, $v=0$, $v=1$ қисықтармен шектелген төрт бұрыштың ауданын табыңдар.

Шешуі: Аудан $S=\iint\limits_D \sqrt{EG-F^2}dudv$ формуламен табылады. Мұндағы *Д* мына u=*0*, *u=a, v=0, v=1* сызықтармен шектелген төрт бұрыш.

$x_u=+cosv,\ y_u=sinv,\ z_u=0,\ x_v=-u\ sinv,\ y_v=u\ cosv\ \ z_v=a$

$E=\vec{r}_u\vec{r}_u=cos^2V+sin^2V+0=1\ \ F=-usinv\ cosv+usinvcosv+0=0$

$G=u^2sin^2v+u^2cos^2v+a^2=u^2+a^2$

Сонда $S=\iint\limits_D \sqrt{u^2+a^2}dudv = \int_0^1\left(\int_0^a \sqrt{u^2+a^2}du\right)dv$ формуланы

$$\int\sqrt{a^2x^2\pm b^2}dx=\frac{1}{2}\left[x\sqrt{a^2x^2\pm b^2}+\frac{b^2}{a}\ln\left|ax+\sqrt{a^2x^2\pm b^2}\right|\right]+C$$ пайдалансақ

$$\int_b^a\sqrt{u^2+a^2}du=\frac{1}{2}\left[u\sqrt{u^2+a^2}+\frac{a^2}{1}\ln\left|u+\sqrt{u^2+a^2}\right|\right]\Big|_0^a=$$

$$=\frac{1}{2}\left[a\sqrt{a^2+a^2}+a^2\ln\left|a+\sqrt{a^2+a^2}\right|-0-a^2\ln\left|0+\sqrt{0+a^2}\right|\right]=\frac{1}{2}\left[a^2\sqrt{2}+a^2\left(\ln\left|a+a\sqrt{2}\right|-\ln a\right)\right]=$$

$$=\frac{a^2}{2}\left(\sqrt{2}+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right).$$

Демек

$$S=\int_0^1\left(\frac{a^2}{2}\left(\sqrt{2}+\ln|1+\sqrt{2}\right)\right)dv=\frac{a^2}{2}\left(\sqrt{2}+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right)\int_0^1 dv=\frac{a^2}{2}\left(\sqrt{2}+\ln|1+\sqrt{2}\right)\left(1-0\right)=$$

$$=\frac{a^2}{2}\left(\sqrt{2}+\ln|1+\sqrt{2}\right).$$

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Фиников Б.Ф. Дифференциальная геометрия. М.: Высшая школа, 1953. - 129 с.
2. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрий. М.: Высшая школа,1956.-187с.
3. Погорелов А.В. Лекции по дифференциальной геометрий. Харьков, 1961.-201с.
4. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М: Высшая школа,1958.-169с.

ӘОЖ 514.1

ВЕКТОР – ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ҮЗІЛІССІЗДІГІ МЕН ДИФФЕРЕНЦИАЛДАНУЫ

Сарсенбай Мақсат Нұрмаханбетұлы
М. Әуезов атындағы ОҚУ жаратылыстану ғылымдары және педагогикасы
жоғары мектебінің магистранты
Ғылыми жетекші – Сейтмуратов А.Ж.
Шымкент, Қазақстан

Аннотация: *Дифференциалдық геометрияда қисықтар мен беттер теориясын зерттеп баяндауда векторлық есептеулер мен дифференциалдаулар қолданылады және дифференциалдық геометрия қисықтар мен беттерді негізінен шағын, шексіз аз аймақтағы қасиеттерді зерттейді.Геометриялық обьектілердің нүктелерінің локальды аймақтар қарастырылғандықтан, дифференциалдық геометрия шексіз аз шамалармен, демек, дифференциалдық есептеумен тығыз байланыста.*

Тірек сөздер: *вектор-функция, айнымалы, аргумент, тұрақты, шек, үзіліссіз, скаляр көбейтінді, модуль.*

Вектор – функциялардың геометриялық мағынасын ашқаннан кейін оларға анализдің негізгі ұғымдарын енгізген жөн. Сәл өзгешелігі бар екі вектордың модуль бойынша айырмасы да кіші болған соң, айнымалы вектордың шек ұғымын айнымалы скалярдың шек ұғымына келтіретіндей етіп енгізген жөн.

Анықтама**.** $\bar{a}(t)$ - айнымалы, $\bar{a}_0$ - тұрақты вектор, t_0 - тұрақты сан болсын. Егер t аргументі t_0 санына ұмтылғанда[1]

$$\lim_{t\to t_0}\left|\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right|=0 \qquad (1)$$

болса, онда $\bar{a}_0$ векторын $\bar{a}(t)$ векторының шегі дейміз.

Енді векторларға арналған шек қағидасының негізгі теоремаларын дәлелдейік.

Теорема. Егер айнымалы вектордың шегі бар болса, онда оның модулінің де шегі бар және ол шектің модуліне тең, яғни

$$\lim_{t\to t_0}\left|\bar{a}(t)\right|=\left|\bar{a}_0\right| \qquad (2)$$

Дәлелдеме. Шектің анықтамасы бойынша

$$\lim_{t\to t_0}\left|\bar{a}(t)\right|-\left|\bar{a}_0\right|=0 \qquad (3)$$

болатындығы дәлелдену керек.

Үшбұрыштың белгілі қасиеті бойынша (үшбұрыштың кез келген қабырғасы қалған 2 қабырғасының қосындысынан артпайды және олардың айырымынан кем емес) :

$$\left\|\bar{a}(t)\right|-\left|\bar{a}_0\right\|\le\left|\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right|$$

Олай болса (1) бірден (3) – ге келтіреді. Төмендегі теоремалардың тұжырымдарында $\bar{a}(t),\bar{b}(t)$, вектор – функциялардың, $m(t), n(t),...$ скаляр функцияларының t - ның t_0 - ге ұмтылғанда шектері бар және олар сәйкес $\bar{a}_0,\bar{b}_0,...,m_0,n_0,...$ - ге тең деп санаймыз, яғни

$$\lim_{t\to t_0}\bar{a}(t)=\bar{a}_0,\lim_{t\to t_0}\bar{b}(t)=\bar{b}_0,... \qquad \lim_{t\to t_0}m(t)=m_0,\lim_{t\to t_0}n(t)=n_0,... \qquad (4)$$

Теорема. Вектор – функциялар қосындысының шегі бар және ол қосылғыш вектор – функциялар шектерінің қосындысына тең.

Дәлелдеме. Екі вектор – функцияның қосындысын алайық: $\bar{a}(t)+\bar{b}(t)$. Векторлар қосындысының модулі олардың модульдерінің қосындысынан артпайтындықтан

$$\left|\left\{\bar{a}(t)+\bar{b}(t)\right\}-\left\{\bar{a}+\bar{b}\right\}\right|=\left|\left\{\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right\}+\left\{\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right\}\right|\le\left|\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right|+\left|\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right|.$$

Соңғы қосындыдағы әр қосылғыш (1) және (4) – ге сүйене отыра нөлге ұмтылады. Демек

$$\left|\left\{\bar{a}(t)+\bar{b}(t)\right\}-\left\{\bar{a}_0+\bar{b}_0\right\}\right|\to 0$$

Олай болса

$$\lim_{t\to t_0}\left\{\bar{a}(t)+\bar{b}(t)\right\}=\bar{a}_0+\bar{b}_0=\lim_{t\to t_0}\bar{a}(t)+\lim_{t\to t_0}\bar{b}(t) \qquad (5)$$

Теорема. $m(t)\cdot\bar{a}(t),(\bar{a}(t),\bar{b}(t)),\ \bar{a}(t)\times\bar{b}(t)$ түріндегі көбейтінділердің шектері бар және олар сәйкес $m_0\cdot\bar{a}_0,\bar{a}_0\cdot\bar{b}_0,\bar{a}_0\times\bar{b}_0$ көбейтінділеріне тең.

Дәлелдеме.

$$m(t)\cdot\bar{a}(t)-m_0\bar{a}_0=m(t)\left\{\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right\}+\left\{m(t)-m_0\right\}\bar{a}_0$$

теңдігінен

$$\left|m(t)\cdot\bar{a}(t)-m_0\bar{a}_0\right|\le\left|m(t)\right|\left|\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right|+\left|m(t)-m_0\right|\left|\bar{a}_0\right|$$

болатыны шығады. Соңғы теңсіздіктің оң жағындағы $\left|\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right|$ және $\left|m(t)-m_0\right|$ көбейткіштері $t\to t_0$ жағдайында нөлге ұмтылады. Олай болса

$$\lim_{t\to t_0}\left|m(t)\bar{a}(t)-m_0\bar{a}_0\right|=0$$

яғни

$$\lim_{t\to t_0}m(t)\bar{a}(t)=m_0\bar{a}_0.$$

Әрі қарай, скаляр көбейтіндісінің белгілі қасиеттері бойынша

$$\left(\bar{a}(t),\bar{b}(t)\right)-\left(\bar{a}_0,\bar{b}\right)_0=\left(\bar{a}(t)-\bar{a}_0,\bar{b}(t)\right)+\left(\bar{a}_0,\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right).$$

Мұнан алдыңғыға ұқсас

$$\left|\left(\bar{a}(t),\bar{b}(t)\right)-\left(\bar{a}_0,\bar{b}_0\right)\right|\le\left|\left(\bar{a}(t)-\bar{a}_0,\bar{b}(t)\right)\right|+\left|\left(\bar{a}_0,\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right)\right|.$$

Кез келген $\bar{p}$ және $\bar{q}$ векторлары үшін

$$\left|\bar{p}\cdot\bar{q}\right|=\left|\bar{p}\right|\cdot\left|\bar{q}\right|\left|\cos\left(\bar{p}\cdot\bar{q}\right)\right|\le\left|\bar{p}\right|\cdot\left|\bar{q}\right|$$

болғандықтан

$$\left|\left(\bar{a}(t),\bar{b}(t)\right)-\left(\bar{a}_0,\bar{b}_0\right)\right|\le\left|\left(\bar{a}(t)-\bar{a}_0,\right)\right|\left|\bar{b}(t)\right|+\left|\bar{a}_0\right|\left|\left(\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right)\right|.$$

$\left|\left(\bar{a}(t)-\bar{a}_0,\right)\right|$ және $\left|\left(\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right)\right|$ көбейткіштерінің нөлге ұмтылуына жазылған теңсіздіктің оң жағы нөлге ұмтылады, демек

$$\lim_{t\to t_0}\left(\bar{a}(t),\bar{b}(t)\right)=\bar{a}_0\cdot\bar{b}_0.$$

Енді кез келген $\bar{p}$ және $\bar{q}$ векторлары үшін

$$\left|\bar{p}\times\bar{q}\right|=\left|\bar{p}\right|\cdot\left|\bar{q}\right|\sin\left(\bar{p},\hat{\ }\,\bar{q}\right)\le\left|\bar{p}\right|\cdot\left|\bar{q}\right|$$

болғандықтан

$$\left|\bar{a}(t)\times\bar{b}(t)-\bar{a}_0\times\bar{b}_0\right|\le\left|(\bar{a}(t)-\bar{a}_0,)\times\bar{b}(t)+\bar{a}_0\times\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right|\le\left|(\bar{a}(t),\bar{b}(t))-(\bar{a}_0,\bar{b}_0)\right|\le\left|(\bar{a}(t)-\bar{a}_0,)\times\bar{b}(t)\right|+$$
$$+\left|\bar{a}_0\times(\bar{b}(t)-\bar{b})\right|\le\left|\bar{a}(t)-\bar{a}_0\right|\cdot\left|\bar{b}(t)\right|+\left|\bar{a}_0\right|\cdot\left|\bar{b}(t)-\bar{b}_0\right|.$$

теңсіздіктің оң жағы нөлге ұмтылады, демек

$$\lim_{t\to t_0}\left(\bar{a}(t)\times\bar{b}(t)\right)=\bar{a}_0\times\bar{b}_0 .$$

Теорема дәлелденді.

Вектор – функция ұғымының арқасында 1 аргументті вектор – функциясы үзіліссіздігі мен дифференциалдануының анықтамасын енгізейік.

Анықтама. Егер

$$\lim_{t\to t_0}\bar{a}(t)=\bar{a}(t_0) \qquad (6)$$

болса, $\bar{a}(t)$ вектор – функциясы $t=t_0$ мәнінде үзіліссіз деп аталады.

Анықтама. $\bar{a}$ вектор – функциясының

$$\lim_{t\to t_0}\frac{\bar{a}(t)-\bar{a}(t_0)}{t-t_0}=\bar{a}'(t_0) \qquad (7)$$

шегі бар болса, оны $t=t_0$ мәнінде дифференциалданатын вектор – функция дейміз.

$\bar{a}'(t_0)$ векторы айтылған вектор – функцияның $t=t_0$ нүктесінде алынған туындысы делінеді. Егер $\bar{a}(t)$ вектор – функциясының туындысы $t_1\le t\le t_2$ кесіндісінің әрбір t мәнінде бар болса, онда $\bar{a}'(t_0)$ функциясы t - ға тәуелді вектор – функция болады[2]. Егер $\bar{a}'(t_0)$ функциясы үзіліссіз және дифференциалдамалы болса, оның туындысы $\bar{a}(t)$ вектор – функциясының екінші туындысы делінеді де $\bar{a}''(t)$ деп белгіленеді.

Төменде екі және саны одан кем болмайтын скаляр аргументті вектор – функцияларды қарастырамыз. Бұл жағдайда кәдімгі анализдегідей дербес туындылар, аргументтерінің бірі арқылы туынды ретінде анықталады.

Вектор – функция шегінің қасиеттерін пайдалана отыра вектор – функция үзіліссіздігінің төмендегі қасиеттерін дәлелдеу қиын емес[3]:

1) үзіліссіз вектор – функциялардың қосындысы үзіліссіз вектор – функция болады;
2) үзіліссіз вектор – функциялардың (бірі скаляр, бірі вектор - функция) $m(t)\bar{a}(t)$ көбейтіндісі үзіліссіз вектор – функция;
3) үзіліссіз вектор – функциялардың скаляр көбейтіндісі үзіліссіз функция;
4) екі үзіліссіз вектор – функциялардың векторлық көбейтіндісі үзіліссіз вектор – функция.

Енді вектор – функцияларды дифференциалдау ережелеріне тоқтайық.

Туындының $\bar{r}'(t)$ белгілеуімен қатар, $\frac{d\bar{r}}{dt}$ белгілеуін қолданамыз.

Теорема. Векторлар қосындысының туындысы, қосылғыштардың туындыларының қосындысына тең, яғни

$$\frac{d}{dt}\{a(t)+b(t)+\ldots\}=\frac{d\bar{a}(t)}{dt}+\frac{d\bar{b}(t)}{dt}+\ldots \qquad (8)$$

теңдеуінің дәлелдеуін келесі теңдіктен алуға болады

$$\frac{\{a(t)+b(t)+\ldots\}-\{\bar{a}_0+\bar{b}_0+\ldots\}}{t-t_0}=\frac{\bar{a}(t)-\bar{a}_0}{t-t_0}+\frac{\bar{b}(t)-\bar{b}_0}{t-t_0}+\ldots$$

Теорема. Скаляр функцияның вектор – функцияға көбейтіндісінің туындысы

$$(m(t)\bar{a}(t))' = m'(t)\bar{a}(t) + m(t)\bar{a}'(t) \qquad (9)$$

формуласы бойынша есептелінеді.

Теореманың дәлелдемесі

$$\frac{m(t)\bar{a}(t) - m_0\bar{a}_0}{t - t_0} = \frac{m(t) - m_0}{t - t_0}\bar{a}_0 + m(t)\frac{\bar{a}(t) - \bar{a}_0}{t - t_0}$$

теңдігі негізінде алынады.

Салдар. Векторлы немесе скалярлы тұрақты көбейткішті туынды белгісінің сыртына шығарып алуға болады, яғни $\lambda = const, \quad \bar{c} = \overline{const}$ болғанда

$$\frac{d}{dt}\left(\lambda\bar{a}(t)\right) = \lambda\frac{d\bar{a}(t)}{dt}, \quad \frac{d}{dt}\left(m(t)\bar{c}\right) = \frac{dm(t)}{dt}\bar{c} \qquad (10)$$

Теорема. Вектор – функциялардың скаляр және векторлық көбейтінділерінің туындысы төмендегі формулалар арқылы есептелінеді:

$$\frac{d}{dt}\left(\bar{a},\bar{b}\right) = \left(\frac{d\bar{a}}{dt},\bar{b}\right) + \left(\bar{a},\frac{d\bar{b}}{dt}\right) \qquad (11)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\bar{a}\times\bar{b}\right) = \left(\frac{d\bar{a}}{dt}\times\bar{b}\right) + \left(\bar{a}\times\frac{d\bar{b}}{dt}\right).$$

Бұл теореманың дәлелдемесі төмендегі

$$\frac{\left(\bar{a}(t),\bar{b}(t)\right) - \left(\bar{a}_0,\bar{b}_0\right)}{t - t_0} = \left(\frac{\bar{a}(t) - \bar{a}_0}{t - t_0},\bar{b}(t)\right) + \left(\bar{a}_0,\frac{\bar{b}(t) - \bar{b}_0}{t - t_0}\right),$$

$$\frac{\bar{a}(t)\times\bar{b}(t) - \bar{a}_0\times\bar{b}_0}{t - t_0} = \frac{\bar{a}(t) - \bar{a}_0}{t - t_0}\times\bar{b}(t) + \bar{a}_0\times\frac{\bar{b}(t) - \bar{b}_0}{t - t_0}$$

теңдіктерінен шығады.

Теорема. 1) $t = t(s)$ скаляр функциясының қайсыбір $s = s_0$ нүктесінде $t'_s = t'(s_0)$ туындысы болып; 2) $\bar{r} = r(t)$ вектор – функциясының сәйкес $t(s_0) = t_0$ нүктесінде $\bar{r}'_t = \bar{r}'(t_0)$ туындысы болсын. Сонда күрделі $\bar{r} = \bar{r}\left(t(s)\right)$ вектор – функциясының $s = s_0$ нүктесіндегі туындысы $\bar{r}(t)$ және $t(s)$ функциялары туындыларының көбейтіндісіне тең, яғни[4]

$$\bar{r}'_s\left(t(s)\right) = \bar{r}'_t \cdot t'_s \qquad (12)$$

Теореманың дәлелдемесі

$$\frac{r(t(s)) - \bar{r}(t(s_0))}{s - s_0} = \frac{\bar{r}(t) - \bar{r}(t_0)}{t - t_0}\cdot\frac{t(s) - t(s_0)}{s - s_0}$$

теңдігінен шығады, мұнда $t_0 = t(s_0)$.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Норден А.П. Теория поверхностей. М., ГИТТЛ, 1956.-241с.
2. Мусин А.Т. Векторлық және тензорлық есептеуге кіріспе, Қарағанда, 2007.-201б.
3. Мусин А.Т. Аналитикалық геометрияның есептері мен жаттығулар жинағы, Қарағанда, 2007.-231б.
4. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии, М., Гостехиздат, 1956.-204с.

УДК 53:37.016

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Мамедов Исраил Муса оглы
доктор философии по физике, АДПУ, Баку, Азербайджан

Аннотация. *Рассчитать температурную зависимость концентрации свободных носителей заряда в полупроводнике. Построить график этой зависимости в координатах: ln(n) = f(1\T). Определить и построить графически зависимость энергии уровня Ферми от температуры. Произвести расчет температур перехода к собственной проводимости и истощения примеси. Расчет и построение графиков осуществить на ПК. Расчет концентрации свободных носителей заряда и энергии уровня Ферми осуществить в диапазоне температур с интервалом 10К.*

Ключевые слова: *уровень Ферми; эффективная плотность состояний; полупроводники n-типа; энергия ионизации донорного уровня; температура истощения примесей; температура переходов собственной проводимости; запрещённая зона; зона проводимости; валентная зона; концентрация свободных носителей заряда.*

Научно-технический прогресс немыслим без электроники. Интенсивное развитие электроники связано с появлением новых разнообразных полупроводниковых приборов и интегральных микросхем, которые находят широкое применение в вычислительной технике, автоматике, радиотехнике и телевидении, в установках измерительной техники, медицины, биологии и т.д.

Полупроводники представляют собой обширную группу веществ, занимающих по величине удельного сопротивления промежуточное положение между диэлектриками и проводниками. Отличительным свойством полупроводников является сильная зависимость их удельного сопротивления от концентрации примесей. При введении примесей изменяется не только значение проводимости, но и характер ее температурной зависимости. У большинства полупроводников удельное сопротивление зависит также от температуры и других внешних энергетических воздействий (свет, электрическое и магнитное поле, ионизирующее излучение и т.д.). На управлении с помощью тепла, света, электрического поля, механических усилий электропроводностью полупроводников основана работа терморезисторов (термисторов), фоторезисторов, нелинейных резисторов (варисторов), тензорезисторов.

Полупроводниковые материалы по химическому составу можно разделить на простые и сложные.

Простыми (элементарными) полупроводниковыми материалами являются 12 химических элементов периодической системы: в III группе - B; в IV - C, Ge, Si. Sn (серое олово); в V - P, As, Sb; в VI - S, Se, Te; в VII -I. В полупроводниковой электронике в основном применяют Ge и Si, а остальные используют в качестве легирующих добавок или компонентов сложных соединений.

Сложными полупроводниковыми материалами являются химические соединения, обладающие полупроводниковыми свойствами и включающие два, три и более элементов. Полупроводниковые соединения, состоящие из двух элементов, принято называть бинарными. Они обозначаются буквами латинского алфавита с цифровыми индексами (римские цифры над буквами обозначаются группу в периодической системе, а арабские цифры под буквами -стехиометрический коэффициент): AШBV (GaAs, JnSb), AIIBVI(CdS. ZnSe), AIVBVI(PbTe), AIVBIV(SiC), A2VB3VI(Bi2Te3) и т.д.

Твердые растворы полупроводниковых материалов обозначают символами входящих в него элементов с индексами, которые указывают атомную долю этих элементов в растворе.

Для изготовления полупроводниковых приборов и устройств микроэлектроники используют как монокристаллы, так и поликристаллические материалы.

Совершенные кристаллы полупроводников при абсолютном нуле являются диэлектриками. Характерные для полупроводников свойства проявляются при конечных температурах, при наличии примесей, при отклонениях состава вещества от стехиометрии. Проводимость полупроводников занимает промежуточное значение между типичными диэлектриками и металлами:

диэлектрики - у ~ 10^{-16} (Ом · м)$^{-1}$;

полупроводники - у ~ 10^{-4}-10^{5} (Ом · м)$^{-1}$;

металлы - у ~ 10^{6}-10^{8} (Ом · м)$^{-1}$

Важным отличием полупроводников от металлов является характер температурной зависимости проводимости: если для типичных металлов проводимость обратно пропорциональна температуре (при не слишком низких значениях температуры), то у беспримесных полупроводников проводимость растет с ростом температуры по экспоненциальному закону.

Специфические полупроводниковые эффекты применяются в разнообразных приборах и устройствах, таких, как:

полупроводниковые термоэлектрогенераторы;

полупроводниковые диоды для выпрямления переменного тока и детектирования модулированных колебаний;

туннельные диоды для генерации сверхвысокочастотных электромагнитных волн;

свето- и фотодиоды, фотоэлементы, солнечные батареи;

термисторы и тензорезисторы (их сопротивления известным образом зависят от температуры или механического давления);

варикапы (конденсаторы с изменяемой электрическим полем емкостью);

биполярные и полевые транзисторы, микросхемы различного назначения на их основе;

запоминающие устройства (оперативная память ЭВМ);

приборы с зарядовой связью, применяемые, например, для создания миниатюрных видеокамер;

высокотемпературные полупроводниковые нагревательные элементы.

Одной из электрофизических характеристик полупроводников является концентрация. Она изменяется в зависимости от температуры. По температурной зависимости концентрации свободных носителей заряда в координатах ln(n)= f(1/T) можно определить энергия ионизации донорного или акцепторного уровня и ширину запрещённой зоны.

Другой характеристикой полупроводников является электропроводность.
Электропроводность собственных полупроводников является прямой линией, построенной в координатах ln(y)= f(1/T). Угол наклона этой прямой определяет ширину запрещённой зоны собственного полупроводника.

Уровень Ферми также является электрофизической характеристикой полупроводников. Энергия уровня Ферми также изменяется от температуры.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов В.А., Рожков А.В., Кардо-Сысоев А.Ф. Журнал «Физика и техника полупроводников», том 37, вып. 12 С-Пб: ФТИ, 2003г. -140с
2. Антонова В.А., Бородин А.В., Гордиенко Ю.Е., Слипченко Н.И. Материалы электронной техники. Учеб. пособ. - Харьков., ХНУРЭ, 2001. - С. 160.
3. Зиненко. Физика твёрдого тела. - С. 244-245.
4. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твёрдого тела.- М., Мир, 1979.- Т.2.- С. 188.
5. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. М., 1977. - с. 679.

6. Павлов П.В., Хохлов А.Ф. Физика твердого тела. Учебное пособие для вузов. -М.: Высш. шк., 2000. - 384 с.
7. Епифанов Г.И., Мома Ю.А. Физические основы конструирования и технологии РЭА и ЭВА. - М.: Сов.Радио, 1979. - 350 с.

ГЕОМЕТРИЯДАН ЭЛЕКТИВТІ КУРС БАҒДАРЛАМАСЫН ЖОБАЛАУ

Б.Е.Кабдолова, IT мектеп-лицей КММ, Казахстан
Н.Қ.Шаждекеева, А.Ж.Адиева, Х.Досмухамедов атындағы
Атырау Университеті, Казахстан

Аннотация: *Мақалада жоғары сынып оқушыларына, оның ішінде математикаға арналған элективті курстарды педагогикалық жобалаудың ерекшеліктері қарастырылады. Жоғары сынып оқушыларының жас ерекшеліктері сипатталған. Таңдау пәндері жоғары сынып оқушыларының жеке білім беру бағдарламаларын құрудың негізгі құралы болып табылады. Мақалада қазіргі уақытта мектепте қосымша элективті курстар арқылы білім беру бағдарламаларын меңгеру барысында тек пәндік құзыреттіліктер ғана қалыптасатындығы, бірақ студенттердің ЖОО-да оқу профилін таңдауға жеткілікті көңіл бөлінбегені дәлелденген. Бұл мәселенің шешімі білімалушылардың кәсіби өзін-өзі анықтауына және оларда жүйелі ойлау мен өзін-өзі дамыту дағдыларын дамытуға бағытталған элективті пәнаралық курстар болуы мүмкін. Қазіргі мектептегі жоғары сынып оқушыларына математикалық білім беруде геометрия алгебраның «көлеңкесінде» қалуда десек болады. Бұл тенденция математиканың элективті курстарының дамуына қатысты да көрініс тапты, олардың көпшілігі алгебра болды. Ағымдағы айқын себептердің бірі, бірқатар зерттеушілердің пікірінше, емтиханның мазмұны болды, себебі негізінен емтихан тапсырмалары алгебралық тапсырмаларға бағытталған. Мысалы, негізгі мектепті бітірудегі қортынды аттестацияда тапсыратын мемлекеттік емтиханда да міндетті емтихан ретінде алгебра мәтініндегі математика алынады да, геометрия таңдау пәні ретінде таңдалады. Алайда, геометриялық тапсырмалар өз кезегінде математика мұғалімдерінен мектептегі білім берудің геометриялық құрамдас бөлігіне назарын арттыруды талап етеді.*

Тірек сөздер: орта мектеп, жоғары сынып оқушылары, бейіндік курстар, математика, геометрия, кәсіптік бейін.

Ключевые слова: *средняя школа, старшеклассники, элективные курсы, математика, геометрия, профориентация.*

Keywords: *secondary school, high-schooler, elective courses, mathematics, profile orientation.*

«Геометрияның таңдамалы тақырыптары»
10- сынып оқушыларына арналған элективті курс жоба-бағдарламасы
(аптасына - 1 сағат, барлығы 34 сағат)

Түсінік хат мазмұны

Ұсынылған элективті курс 10 сынып оқушыларына арналған. Оның негізгі идеясы 10-сынып геометриясын жүйелі қайталауды, тереңдету мен кеңейтуді ұйымдастыру болып табылады. Бұл курс геометрияның тақырыптарын қамти отырып, білімалушылардың бейіндік қажеттіліктерін игеруге бағытталған.

Орта мектепте математикадан сабақ беретін мұғалім стереометрияны сөзбе-сөз оқыту процесінде туындайтын белгілі бір қиындықтарды алғашқы сабақтардан-ақ біледі. Стереометрия аксиомаларымен танысқанда, оқушылардың кеңістіктік түсініктері әлі де өте нашар дамыған. Стереометрия бойынша бастапқы ақпарат абстрактылы сипатқа ие, материалды меңгеру есте сақтауға негізделеді, осылайша оқушылардың білімінде формализм белгіленеді. Олар пәнге деген қызығушылығын жоғалтып, стереометрияны мектептегі қиын тақырып ретінде санайды.

Білімалушылар проблемаларды шешуде жеткілікті дағдыларды көрсете алмайды. Ол теория саласында жақсы көрінетін білім көрсетеді, барлық қажетті анықтамалар мен теоремаларды біледі, бірақ өте қарапайым мәселені шешу кезінде шатасатын жағдайлар жиі кездеседі. Сондықтан 10 сынып оқушылар үшін бұл курс пайдалы болады. Ұсынылып отырған элективті курс білімалушылардың теориялық және практикалық білімдерін кеңейтуге арналған. Бұл курстың мақсаты:

- Мектептің жоғары сынып оқушыларын бірінғай мемлекеттік емтихан тапсыруға, ұлттық бірінғай тестіні тапсыруға және жоғары оқу орындарында оқуын жалғастыруға дайындау.
- Білімалушылардың логикалық ойлауын қалыптастыру.
- Білімалушыларжы бқлімдер бойынша өз бетінше жұмыс дасауға мү кіндік беретін арнайы дағдыларын дамыту.
- Геометрия пәнен деген қызығушылықтарын одан әрі дамытып, математикалық қабілеттерін анықтау, дамыту, математикаға қатысы бар мамандықтарды мақсатты ету.

Мазмұны.

Бөлім 1 . Планиметрия негізгі түсініктері. Планиметрия аксиомалары. Анықталатын және анықталмайтын ұғымдар. Негзгі ұғымдар. Планиметрия аксиомалары. Күрделі сипаттамалары құрастырудағы теоремалар рөлі. Планиметрия анықтамалары. Геометриялық есептердің шарты.

Бөлім 2. Стереометрияға кіріспе. Стереометрияның логмкалық құрылымы. Стеремометрия аксиомалары. Кеңістіктегі қарапайым фигуралардың қасиеті.

Бөлім 3. Кеңістіктегі түзулердің өзара орналасуы. Кеңістіктегі түзулердің өзара орналасуы. Кеңістікте түзу мен жазықтықтың өзара орналасуы. Түзу мен жазықтықтың параллельдігі. кеңістіктегі параллель түзулердің қасиеттері

Бөлім 4. Кеңістікте жазықтықтардың өзара орналасуы. Параллель жазықтықтар. Параллель жазықтықтардық қасиеттері. Параллеь проекциялау. Фигураларды кеңістікте бейнелеу.

Бөлім 5. Кеңістікте түзу мен жазықтықтың перпендикулярлығы. Кеңістіктегі түзулердің перпендикулярлығы. Кеңістіктені түзу мен жазықтықтың перпендикулярлығы. Перпендикуляр және көлбеу. Үш перпендикулярлық туралы теорема. Фигуралар қимасы.

Бөлім 6. Кеңістіктегі векторлар. Кеңістіктегі векторлар

Бөлім 7. Жалпы қортындылау. Геометрияның негізгі фигуралары және олардың кеңістікте орналасуы.

Тақырыптық-күнтізбелік жоспарлау.
34 сағат. Аптасына 1сағ

№	Сабақ тақырыбы	Сағат саны	Күн	Мазмұны мен практикалық бағыты	Күтілетін нәтиже
Модуль №1. Планиметрияның негізгі тақырыптары. 7 сағат					
1	Планиметрия курсын жал пылау. «Үшбұрыштар» тақырыбына байланысты тірек есептерді шығару	1		Үшбұрыштардың теңдік және ұқсастық белгілері. Теңбүйірлі үшбұрыш және оның қасиеттері. Үшбұрыштың биссектрисасы, медианасы, биіктігі. Тікбұрышты үшбұрыш. Үшбұрыштың қабырғалары мен бұрыштары арасындағы қатыстар. Пифагор теоремасы.	Дайындық және қабілеттілік басқа адамдармен диалог жүргізу, қол жеткізу өзара түсіністік, ортақ тіл табу мақсаттарды белгілеу және оларға жету үшін бірлесіп жұмыс істеу;

				Синустар және косинустар теоремасы.	сыни тұрғыдан ойлауға дағдыландыру. теоремаларды дәлелдеу және таба білу есептерді шешудің стандартты емес тәсілдері; жазық жазықтықтар туралы негізгі түсініктерді білу геометриялық фигуралар, олардың негізгі қасиеттері; тану қабілетін қалыптастыру сызбалар, модельдер және накты әлемде геометриялық фигуралар; қолдану геометриялық фигуралардың қасиеттерін зерттеді және
2	Планиметрия курсын жалпылау. «Төртбұрыштар» тақырыбына байланысты тірек есептер	1		Параллелограмм, трапеция, тіктөртбұрыш, ромб, шаршы олардың қасиеттері және белгілері.	
3	Планиметрия курсын жалпылау. «Аудан» тақырыбына байланысты тірек есептер	1		Аудан аксиомалары. Үшбұрыштың параллелограмның, трапецияның, ромбының, тіктөртбұрыштың, шаршының аудандары. Пифагор теоремасы және Герон формуласы.	
4	Планиметрия курсын жалпылау. «Шеңбер» тақырыбына байланысты тірек есептер	1		Шеңбер және дөңгелек. Шеңбер жанамасы. Центрлік және іштей сызылған бұрыштар. Іштей және сырттай сызылған көпбұрыштар.	
5-6	Қолданбалы бағыттағы есептер	2		Геометриялық есептерді шешудегі тірек элементтері.	
7	Тарих беттерінде.	1		Тарих беттеріне шолу. Тақырыптың шығу тарихымен танысу.	
Модуль №2 Стереометрия аксиомалары. 3 сағат					
8	Стереометрия аксиомалары	1			геометрия курсының негізгі бөлімдері бойынша концептуалды аппарат; негізгі білім теоремалар, формулалар және оларды қолдана білу;
9	Қолданбалы бағыттағы есептер	1		Геометриялық есептерді шешудегі тірек элементтері.	
10	Тарих беттерінде Өзіндік жұмыс	1		Тарих беттеріне шолу. Тақырыптың шығу тарихымен танысу. Қалыптастырушы бағалау тапсырмасы.	
Модуль №3. Түзу мен жазықтықтың өзара орналасуы. 8 сағат					
11-12	Кеңістіктегі түзу мен жазықтық	2		Түзу мен жазықтықтың өзара орналасуы. Үш перпендикуляр туралы теорема. Тузулердің арасындағы, түзу мен жазықтықтың арасындағы бұрыштар.	Дәлелдеу әдістерін меңгеру және шешу алгоритмдері; оларды қолдана білу, дәлелдемелік дәлелдемелер жүргізу

13-14	Ортогональ проекция	2		Нүкте мен фигураның жазықтығағы ортогональ проекциясы.	мәселелерді шешудегі прогресс; қалыптастыру геометрия курсының негізгі бөлімдері бойынша концептуалды аппарат; негізгі білім теоремалар, формулалар және оларды қолдана білу;
15	Айқас тузулер арасындағы арақашықтық	2		Айқас тузулердің белгісі және негізгі қасиеттері	
16-17	Қолданбалы бағыттағы есептер	1		Геометриялық есептерді шешудегі тірек элементтері. Есеп шығару әдістері.	
18	Тарих беттерінде	1		Тарих беттеріне шолу.	
Модуль №4 Көпжақтардың қимасы. Қима элементтерін және ауданын есептеу. 6 сағат					
19-20	Қопжақтардың қимасы.	2		Қима салудың кейбір ережелері.	теоремаларды дәлелдеу және таба білу есептерді шешудің стандартты емес тәсілдері;
21-22	Қима ауданын табу	2			
23-24	Қолданбалы бағыттағы есептер	1		Есеп шығару әдістері.	
25	Тарих беттерінде	1		Тарих беттеріне шолу.	
Модуль №5 Кеңістіктегі тікбұрышты координаталар жүйесі және векторлар. 8 сағ					
26-27	Векторларды есеп шығаруда пайдалану	2			
28-29	Координаттар әдісі	3			
30-31	Қолданбалы бағыттағы есептер	2		Есеп шығару әдістері.	
32	Тарих беттерінде	1		Тарих беттеріне шолу.	
Қортынды					
33	Қортынды бақылау	1			
34	Жалпы қортындылау	1			

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР:

1. Айтбаева Н., Бекмолдаева Р.Б., Жетписбаева Г. Анализ современного состояния профильного обучения // Журнал «Современные проблемы науки и образования». М., изд. «Академия естествознания», 2012. – № 6. – С. 44.
2. Филатова Л.О. Профильное обучение в зарубежных странах // Экономический вестник Ростовского государственного университета, 2005. - №1(3). – С. 144-158
3. Абдыкаримов Б.А., Мамерханова Ж.М., Соколова М.Г. Методическое пособие к изучению курса «Педагогика профильного обучения». - Караганда, 2007. 45-51 с.

4. Ы. Алтынсарин атындағы Ұлттық білім Академиясы. «Білім беру ұйымдарында бейіндеу бойынша әдістемелік ұсынымдар» Жаратылыстану-математикалық бағыттағы пәндер және STEM технологиялар зертханасы. Нұр-Сұлтан 2021. 22-56 б.

5. Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2023 жылғы 28 наурыздағы №249 қаулысымен бекітілген «Қазақстан Республикасында мектепке дейінгі, орта, техникалық және кәсіптік білім беруді дамытудың 2023-2029 жылдарға арналған тұжырымдамасы»

6. Геометрия 10 сыныбына арналған оқулық. Жаратылыстану-математика бағыты. В.А.Смирнов. Е.А. Тұяқов. Алматы. «Мектеп» 2019ж.

7. Геометрия 10 сыныбына арналған оқулық. Жаратылыстану-математика бағыты. И.Бекбоев. В.Гусеев. Ж.Қайдасов. А.Абдиев. Алматы. «Мектеп» 2014ж.

5-6 СЫНЫП ОҚУШЫЛАРЫНЫҢ МАТЕМАТИКАҒА ТАНЫМДЫҚ ҚЫЗЫҒУШЫЛЫҒЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУДА ОЙЫН ЭЛЕМЕНТТЕРІНІҢ РӨЛІ

Байболат Қымбат Даниярбекқызы
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті,
7М01501-Математика білім беру бағдарламасы 2-курс магистранты
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, «Математика, физика және информатиканы оқыту әдістемесі» кафедрасының аға оқытушысы
Жумалиева Ляззат Дауренбайқызы
Алматы қ., Қазақстан

Аннотация: *Бұл мақалада 5-6 сынып оқушыларының математикаға танымдық қызығушылығын қалыптастыруда ойын элементтерінің рөлі қарастырылады. Сонымен қатар АКТ-ның математикалық білімге тиімді интеграциясы және оның оқушылар арасында тақырыпты тереңірек түсінуге және бағалауға қалай ықпал ететіні көрсетілген.*

Аннотация: *В данной статье рассматривается роль игровых элементов в формировании познавательного интереса учащихся 5-6 классов к математике. Также показано, как эффективная интеграция ИКТ в математическое образование и как она способствует более глубокому пониманию и оценке предмета среди учащихся.*

Annotation: *This article examines the role of game elements in the formation of cognitive interest of students in grades 5-6 in mathematics. It also shows how effective the integration of ICT into mathematics education and how it contributes to a deeper understanding and assessment of the subject among students.*

Тірек сөздер*: танымдық қызығушылық, білім берудегі геймификация, білім берудегі АКТ, интерактивті әдістер, топтық жұмыс, жобалық тапсырмалар.*

Ключевые слова: *познавательный интерес, геймификация в образовании, ИКТ в образовании, интерактивные методы, групповая работа, проектные задания.*

Keywords: *cognitive interest, gamification in education, ICT in education, interactive methods, teamwork, project tasks.*

Математика – бұл тек есептеу және логика ғана емес, сонымен қатар шығармашылық ойлауды дамытуға және әлемді тануға мүмкіндік беретін пән. 5-6 сынып оқушылары үшін математика пәніне деген танымдық қызығушылықты ояту және қалыптастыру маңызды, өйткені бұл жас кезеңінде оқушылардың логикалық ойлау қабілеттері қалыптасады. Математикалық қызығушылық оқушылардың математикалық ұғымдарды түсінуіне, өз бетінше ойлауға және есептерді шешуге деген ынтасын арттырады.

Танымдық қызығушылықты қалыптастыруда есептердің маңызы зор, өйткені олар оқушыларға теорияны практикада қолдануға мүмкіндік береді. Танымдық қызығушылықты есептер арқылы қалыптастыру – бұл олардың математикалық дағдыларын дамытуға және білімдерін тереңдетуге көмектесетін маңызды процесс. Оқушылардың әрқайсысының қабілеттерін ескере отырып, түрлі тәсілдер мен әдістерді пайдалану арқылы олардың математикаға деген ынтасын арттыруға болады. Есептер арқылы қызығушылықты қалыптастыру бойынша оларды төмендегідей классификациялауға болады:

1. **Интерактивті есептер.** Бұл есептерге оқушылардың математикаға қызығушылықты арттыратын, ойын элементтерін қамтитын – қызықты есептер және теория мен практиканы байланыстыратын, нақты өмірден алынған – проблемалық есептер.
2. **Топтық жұмыс.** Топтық жұмыста оқушылар бірлесіп, күрделі математикалық есептерді шешеді. Бұл әдіс оқушылар арасында өзара көмек және байланыс орнатуға көмектеседі.

3. **Жобалық тапсырмалар.** Бұл тапсырмаларда оқушыларға идеяларды жеке қызығушылықтарымен байланыстыра отырып түсінуге көмектеседі.

Сонымен қатар білім берудің үнемі өзгеріп отыратын кеңістігінде ақпараттық-коммуникациялық технологиялар (АКТ) таптырмас құралға айналды. Әсіресе, 5-6 сыныптарда математиканы оқытуда АКТ танымдық қызығушылық пен қатысуды арттыруда шешуші рөл атқаруы мүмкін.

Жас оқушылар жиі күрделі деп санайтын математика оны қызықты әрі қол жетімді ету үшін оқытудың инновациялық әдістерін қажет етеді. АКТ дәстүрлі математика сабақтарын интерактивті, қызықты және тиімді оқу процесіне айналдыра алатын көптеген құралдар мен ресурстарды ұсынады. Технологияның математикалық білімге интеграциясы XXI ғасырда қажет цифрлық дағдыларға сәйкес келіп қана қоймайды, сонымен қатар оқушылардың әртүрлі оқу стильдерін ескереді.

Математикалық білім беруді жақсартуға арналған құралдар мен технологияларға келесілер мысал болады.

Интерактивті бағдарламалық жасақтама және қосымшалар. GeoGebra, Khan Academy және сияқты құралдар интерактивті тапсырмалар мен жаттығуларды ұсынады. Бұл платформалар оқушыларға өз қателіктерін түсінуге және олардан үйренуге көмектесу арқылы жедел кері байланыс береді.

Білім беру ойындары. Математикаға негізделген ойындар оқуды жағымды әрекетке айналдыра алады. Prodigy немесе Math Playground сияқты ойындар оқу бағдарламасына сәйкес келетін Көңілді интерактивті тапсырмаларды пайдаланады, бұл математикалық білім алуды тартымды етеді.

Виртуалды манипуляторлар. Әртүрлі физикалық нысандарды (фигуралар) имитациялайтын сандық құралдар күрделі математикалық ұғымдарды елестетуге және түсінуге көмектеседі.

Бейне сабақтар: YouTube және білім беру веб-сайттары сияқты платформаларда математикалық тақырыптарды таныстыру немесе бекіту үшін пайдалануға болатын көптеген бейне сабақтар бар.

Оқу процесіне АКТ енгізудің келесі түрлерін ұсынуға болады:

Аралас оқыту. Дәстүрлі оқыту әдістерін технологиямен үйлестіру арқылы мұғалімдер аралас оқыту ортасын құра алады. Бұл тәсіл оқушыларға өз қарқыны мен стилінде оқуға мүмкіндік береді.

Төңкерілген сынып моделі. АКТ-ны төңкерілген сынып моделін жүзеге асыру үшін пайдалануға болады, онда оқушылар алдымен бейнелер немесе онлайн материалдар арқылы жаңа тұжырымдамаларын үйренеді, содан кейін сыныптағы есептерді шешуге қатысады.

Жобалық оқыту. Технологияны жобалық оқытуға біріктіру оқушыларға математиканы нақты сценарийлерде қолдануға мүмкіндік береді. АКТ құралдарын қолдана отырып, деректерді жинауға, талдауға және ұсынуға байланысты жобалар математиканы өзекті және қызықты етеді.

Математикалық білім беруде АКТ қолданудың артықшылықтары.

- Белсенділіктің жоғарылауы: интерактивті және көрнекі тартымды құралдар дәстүрлі әдістерге қарағанда жас студенттердің назарын тиімдірек аударады.
- Жеке оқыту: Технология оқушының жеке қажеттіліктері мен оқу қарқынына сәйкес келетін жеке оқу жағдайларын жасауға мүмкіндік береді.
- Жақсартылған тұжырымдамалық ұғым: АКТ құралдары абстрактілі ұғымдардың нақты визуализациясын ұсынады, бұл жақсы түсінуге әкеледі.
- Сандық дағдыларды дамыту: математиканы оқуда технологияны үнемі қолдану оқушыларды қажетті цифрлық дағдылармен қамтамасыз етеді.

Осы мақсатта 5-6 сыныптарда математиканы оқытудың қолданыстағы әдістемелерін талдау жасалды.

Әдістеме	Сипаттама	Артықшылықтары	Кемшіліктері
Дәстүрлі тәсіл	Мұғалім тақырыпты түсіндіреді, содан кейін оқушылар есептерді шешеді.	Қарапайымдылық және болжамдылық; материалды жүйелі түрде көрсету үшін жақсы жұмыс істейді.	Оқушылардың минималды қатысуы; Практикалық жұмыстың болмауы.
Интерактивті оқыту	Математиканы үйрену үшін диалогтарды, пікірталастарды және топтық жұмысты қолдану.	Қарым-қатынас дағдыларын дамытады; сыни ойлауды ынталандырады.	Уақытты қажет етуі мүмкін; барлық оқушылардың белсенді қатысуын талап етеді.
Ойын әдістері	Білім беру ойындары мен математикалық басқатырғыштарды қолдану.	Пәнге деген ынта мен қызығушылықты арттырады; логикалық ойлауды дамытады.	Тақырыпты байыпты зерттеуден алшақтатуы мүмкін; процесті бақылау қиын.
Жобалау әдісі	Математикамен байланысты практикалық жобаларды іске асыру.	Нақты есептерді шешу дағдыларын дамытады; шығармашылық белсенділікті ынталандырады.	Бұл айтарлықтай уақытты қажет етеді; оқу бағдарламасына біріктіру қиын болуы мүмкін.
АКТ қолдану	Компьютерлік технологиялар мен білім беру бағдарламаларын қолдану.	Заманауи тәсіл; интерактивті ресурстарды пайдалану мүмкіндігі.	Техника мен бағдарламалық жасақтамаға қол жеткізуді қажет етеді; кейбір мұғалімдер үшін қиын болуы мүмкін.
Сараланған оқыту	Әр оқушының жеке ерекшеліктерін ескеретін тәсіл.	Оқушылардың әртүрлі дайындық деңгейлерін ескереді; материалды жақсы игеруге ықпал етеді.	Қосымша дайындық пен сабақты жоспарлауды қажет етеді; үлкен сыныптарда ұйымдастыру қиын болуы мүмкін.

Бұл кестеде әр техниканың қысқаша сипаттамасы, оның негізгі артықшылықтары мен ықтимал кемшіліктері көрсетілген. Осы әдістердің ішіндегі 5-6 сынып оқушылары жас ерекшеліктеріне тартымдысы ойын әдісі.

Білім берудегі геймификация ойын емес контексттерде ойын дизайны элементтерін қолдануды білдіреді. Бұл қызықты және ынталандыратын оқу ортасын құру үшін ұпайлар, деңгейлер, тапсырмалар және марапаттар сияқты ойын механикасын пайдалануды қамтиды. 5-6 сынып оқушыларына арналған математика контекстінде геймификация оқу процесін дәстүрлі құрғақ пәннен қызықты пәнге айналдыра алады. Оқушыларды тарту және белсенді оқыту маңызды болып табылатын заманауи білім беру кеңістігінде математиканы оқытуға ойын элементтерін қосу сергітетін және тиімді тәсілді ұсынады [1].

Математика сабағының әртүрлі кезеңдерінде ойындарды қолданудың орындылығы әртүрлі. Жаңа білімді меңгеру кезеңінде дидактикалық ойындар дәстүрлі оқыту түрлеріне қарағанда тиімсіздеу, сондықтан ойын негізіндегі оқыту технологиялары алған білімдерін тексеру, дағдыларды дамыту, дағдыларды дамыту үшін жиі қолданылады. Математика сабағындағы ойынның орнын анықтау мұғалімнің дидактикалық ойындардың қызметтерін түсінуіне және олардың жіктелуіне байланысты. Ұжымдық ойындар сабақтың дидактикалық мақсаттары бойынша: оқу, бақылау және жалпылау болып бөлінеді. Оқыту ойыны – бұл оқушылардың жаңа білім, білік, дағдыны меңгеру. Танымдық іс-әрекет мотиві тек ойында ғана емес, математикалық материалдың мазмұнында анық көрінсе, ассимиляция нәтижесі әлдеқайда жақсы болатынын ескеру қажет. Бақылау дидактикалық ойынының мақсаты – алған білімдерін қайталау, бекіту, тексеру. Оған қатысқан кезде студенттер өтілген материалда белгілі бір математикалық дайындықты қажет етеді. Осыған сәйкес жалпылау ойындары білімнің интеграциясын қажет етеді. Олар пәнаралық байланыстарды орнатуға және әртүрлі жағдайларда әрекет ету қабілетін алуға бағытталған [2].

Ойын элементтерін қолданудың келесі артықшылықтары көрсетуге болады.

Белсенділіктің жоғарылауы. Ойын элементтері математиканы оқуды қызықты әрі жағымды етеді, бұл оқушылардың белсенділігін едәуір арттыра алады. Оқушылар белсенді қатысқан кезде олардың тақырыпқа деген қызығушылығы артады, бұл есте сақтау мен түсінуді жақсартады.

Мотивацияның жоғарылауы. Ойын жаттығуларында марапаттарды, төсбелгілерді және ұпайларды пайдалану мотивацияны арттыратын және оқушыларды күрделі тапсырмаларды орындауға ынталандыратын дереу оң күшейтуді қамтамасыз етеді.

Әртүрлі есептерді шешу дағдылары. Көптеген білім беру ойындары математикалық есептерді басқатырғыштар мен есептер түрінде ұсынуға арналған-сыни ойлау мен есептерді шешу дағдыларын дамыта алатын қиындықтар. Математикалық басқатырғыштар мен үстел ойындары: дәстүрлі үстел ойындары немесе басқатырғыштар фигураларды жылжыту үшін теңдеулерді шешу немесе ұпай алу үшін математикалық сұрақтарға жауап беру сияқты математикалық есептерді қосуға бейімделуі мүмкін.

Стрессті азайту. Геймификация көбінесе математикамен байланысты мазасыздық пен қорқынышты азайтып, оқуға қауіпсіз, ойын ортасын жасай алады.

Оқыту бейне ойындары. Білім беру мақсаттары үшін арнайы әзірленген математикаға бағытталған көптеген бейне ойындар бар. Бұл ойындар көбінесе деңгейлерді жоғарылату, заттарды жинау немесе құрылыс салу үшін математикалық есептерді шешуді қамтиды

Рөлдік ойындар (РО): оқушылар оқу тапсырмаларын орындайтын және математикалық есептерді шешетін математикаға негізделген РО құру математикалық ұғымдарды оқытудың қызықты тәсілі бола алады.

Интерактивті математикалық жарыстар: ұпайлар, таймерлер және көшбасшылар тақтасы сияқты ойын элементтері бар жалпы немесе мектептегі математикалық жарыстарды ұйымдастыру салауатты бәсекелестік ортаны ынталандыруы мүмкін.

Технологиямен біріктірілген оқыту: Нақты уақыттағы интерактивті жаттығулар мен кері байланыс арқылы математиканы үйренуді геймификациялайтын қолданбалар мен онлайн платформаларды пайдалану.

5-6 сынып оқушыларына арналған ойын сабақтарына бірнеше мысалдар келтірейік. Математикалық қоқыс аулау: оқушылар физикалық белсенділікті математикалық практикамен үйлестіре отырып, қызығушылықпен топта жұмыс жасау оларды келесі есептерге әкелетін белгілерді табу үшін математикалық есептерді шешеді. Қашу бөлмелері: оқушылар сценарийден «қашу» немесе құпияны ашу үшін бірқатар математикалық есептерді шешетін математикалық тақырыптағы қашу бөлмелерін жобалау. Math Jeopardy: математикалық тақырыптарды қарастыру үшін танымал ойын шоу форматын бейімдеу, мұнда оқушылар ұпайлар үшін әртүрлі санаттағы сұрақтарға жауап береді. Математикалық эстафеталар: командалар физикалық белсенділікті есептерді шешумен үйлестіре отырып, эстафеталық жарыста эстафеталық таяқшаны беру үшін математикалық есептерді шешеді.

5-6 сынып оқушыларына арналған математиканы оқытуға ойын элементтерін қосу Оқу деңгейін және пәнге деген қызығушылықты арттырудың инновациялық әдісін ұсынады. Геймификация математиканы қабылдауды қорқыныштыдан жағымдыға айналдырып, тақырыпқа деген оң көзқарасты дамыта алады. Мұқият жоспарлау және енгізу арқылы геймификацияланған оқыту математика сабағында өте тиімді құрал бола алады, бұл оқу процесін жас оқушылар үшін қызықты және тиімді етеді.

Геймификацияның көптеген артықшылықтарымен қатар кемшіл тұстары да бар. Мұғалімдер ойын элементтерінің оқу бағдарламасына тиімді интеграциялануын және оқу мақсаттарына әлі де назар аударуды қамтамасыз етуі керек. Білім беру мазмұнымен ойын аспектісінің тепе-теңдігі білім беру құндылығының төмендеуін болдырмау қажет. Сонымен қатар, оқытудың әртүрлі стильдерін ескеру және ойындардың бәсекелестік сипаты кейбір оқушыларды ренжітпейтініне немесе қорқытпайтынына көз жеткізу маңызды.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Воистинова Г.Х., Байназарова М.Р. Применение игровых технологий на уроках математики в 5,6 классах –(cyberleninka.ru)
2. Устьянцева В.Н. Использование игровых форм организации учебной деятельности при обучении математике // Научно- методический электронный журнал «Концепт». – 2013. – № 11 (ноябрь). – 51–55 с.
3. Шмелева О.В. Игровые технологии – эффективное средство формирования ключевых компетенций, обучающихся на уроках математики // Школьная педагогика. – 2016. – №3. – 19– 24 с.

ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАРДЫ ЗЕРТТЕУДЕ ЭЛЕКТРОНДЫҚ ОҚУ ҚҰРАЛДАРЫН ПАЙДАЛАНУ

Заутбек Диана Ержанқызы
Мгаистрант физика-математика факультеті, Қ.Жұбанов атындағы
Ақтөбе өңірлік университеті,
Ғылыми жетекші: ф.м.ғ.к. Бекбауова Алтыншаш Упуқызы
Ақтөбе қ., Қазақстан

Аннотация: *Тригонометриялық функциялар- бұл мектеп математикасы курсының ең күрделі бөлімдерінің бірі болып табылады. Сол себепті, оны зерттеу кезінде оқушылар мен мұғалімдер бірқатар қиындықтарға тап болады. Бұл мақалада тригонометриялық материалды зерттеу барысында оқушыларда жиі кездесетін қиындықтарға тоқталатын боламыз, сондай — ақ олардың шешу жолдары электрондық оқу құралдарын пайдалану арқылы шешу жолдары ұсынылады.*

Тірек сөздер*: функция, электрондық білім беру ресурстары, электрондық оқыту құралдары, тригонометрия.*

Аннотация: *Тригонометрические функции-один из самых сложных разделов школьного курса математики. По этой причине при его изучении ученики и учителя сталкиваются с рядом трудностей. В данной статье мы остановимся на наиболее распространенных трудностях, с которыми сталкиваются учащиеся при изучении тригонометрического материала, а также предложим пути их решения с помощью электронных учебных пособий.*

Ключевые слова: *функция, электронные образовательные ресурсы, электронные средства обучения, тригонометрия.*

«Функция» ұғымы математиканың негізгі ұғымдарының бірі болып табылады және тек математикада ғана емес, сонымен қатар физика, химия, биология, медицина және т. б. бірқатар ғылымдарда көрініс табады.

Математикадағы функция ұғымын зерттеудің маңыздылығын көптеген зерттеушілер атап өткен болатын. Мысалы, А. Я.Хинчин функционалдық тәуелділікті қарапайым арифметикадан, алгебра, геометрия және тригонометрияның жоғарғы бөлімдеріне дейін созылатын негізгі өзекті мәселе ретінде қарастырды. Ол «функция» ұғымы ғана ұтқырлықты, нақты әлемнің динамикасын, нақты шамалардың өзара шарттылығын және «қазіргі математикалық ойлаудың диалектикалық ерекшеліктерін» қамтитынын айтты. Әлбетте, функционалдық тәуелділік — бұл барлық «жоғары математиканың» және, ең алдымен, «Математикалық анализ бастамаларының» негізгі ұғымы болып табылады. Сол себепті, мектеп түлектерін даярлау сапасы көбінесе мектеп курсындағы функцияның мазмұнын зерттеу және меңгерудің толықтығы мен тереңдігіне байланысты.

Жалпы мектеп қабырғасында оқушылар «функция» ұғымымен танысу барысында тұжырымдамалар мен берілген мәліметтердің мәнін формальды түрде игеретіндігі белгілі. Яғни, оқушыларда функционалдық тәуелділік туралы тұтас идеялар қалыптаспайды, сондықтан олар функциялар туралы білімдерін математикалық және практикалық есептерді шешуге қолдана алмайды, яғни функцияны тек х және у деп аталатын екі айнымалылар арқылы өрнектелетіндігімен ғана шектеліп қалады. Сәйкесінше, болашақта мектеп оқушылары функция ұғымының анықтамасын формальды түрде жаттайтындықтан, әртүрлі модельдердегі функциялар туралы идеяларды түсіндіре алмайды, нәтижесінде қасиеттері оларға белгілі функциялардың графигін құруда қиындықтар туындайды.

Жоғарыда айтып өткендей, оқушыларда функционалдық тәуелділік туралы тұтас идеялар қалыптаспағандықтан, болашақта есеп шығару барысында көптеген қиындықтарға тап бола бастайды. Оның басты себебі, тригонометрияның өзі өте ауқымды тақырыптардың бірі болып табылатындығында. Оқушыларға алған материалдарына толық анализ жүргізуге және түсінуге уақыт жетпейді.

Тригонометриялық материалды зерттеу кезеңінде оқушылар мен мұғалімдерде көптеген мәселелер туындайды. Себебі, тригонометриялық материал үлкен практикалық бағытқа ие, бұл оқушылардан негізгі ұғымдарды берік меңгеруді, тригонометриялық өрнектерді түрлендірулеруді және зерттеуді, олардың графиктерін құруды талап етеді. А. Г. Мордкович өзінің «Жалпы білім беретін мектепте тригонометрияны зерттеудің әдістемелік мәселелері» атты мақаласында мектепте тригонометриялық материалды зерттеуді ұйымдастыруда басшылыққа алынуы керек үш негізгі тезисті тұжырымдады:

- Материалды зерттеудің бастапқы кезеңінде басты назар «координаталық жазықтықтағы сандық шеңбер» моделіне аударылуы керек.
- Мектепте тригонометриялық теңдеулерді оқуға уақыт іс жүзінде жетпейді, өйткені тригонометриялық өрнектерді түрлендірудің өзінде оқушыларда көптеген қиындықтар туындап жатады.
- Оқушылар тригонометриялық сандық шеңберді және қарапайым тригонометриялық теңдеулерді толық зерттегеннен кейін ғана тригонометриялық формулаларды зерттеп бастағандары жөн.

«Сандық шеңбер» ұғымын зерттеудің әдістемелік пысықтауының маңыздылығын жеткілікті дәрежеде бағаламау, әдетте, оқушыларда айтарлықтай қиындықтардың пайда болуына әкеледі. Сандық шеңбер (тригонометриялық шеңбер)- бұл тригонометриялық функцияларды зерттеудің алғашқы кезеңдерінде (сандық шеңбердегі нүктелерді анықтауда, олардың декарттық координаттарын анықтауда) ғана емес, сонымен қатар тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу тәжірибесінде оқущылар мен математика мұғалімдерінің әмбебап «көмекшілері». Яғни, осы мәселегеде назар аударған жөн.

Жоғарыда аталған мәселелерді шешу барысында электронды оқыту құралдарын пайдалану тиімді әдістердің бірі болап табылады. Себебі, интерактивті технологиялар- бұл оқу процесінің барлық қатысушыларының өзара әрекеттесуіне негізделген оқушының ұжымдық жұмысқа қатыспауы мүмкін емес оқу процесін ұйымдастыру. Интерактивті технологиялар барлық оқушыларды тақырыпты талқылауға, тапсырмаларды орындауға, сондай-ақ оқушылардың өзіндік жұмысына тартуға бағытталған. Олардың қатысуын қызықты, ынталы, нәтижеге қол жеткізуге бағытталған.

Қазіргі уақытта кез-келген пәнді тиімді жүргізуге арналған көптеген IT технологиялары мен бағдарламалары бар. Мәселен, сабақ барысында әртүрлі кезеңдерде жүзеге асырылатын тапсырмалар мен жаттығуларды құруға мүмкіндік беретін Интернет желісінде онлайн-сервистік LearningApps, Kahoot, Quiz, Flippity және т.б. деген секілді бағдарламалар бар. Бұл қызметтер мұғалімдердің өмірін сабақтың барлық қажеттіліктеріне, оның барлық кезеңдеріне (жаңа ақпарат беру немесе алған білімдері мен дағдыларын тексеру үшін) өзгертуге болатын шаблондардың дайын базасына ие болуымен жеңілдетеді. Осылайша оқушылардың оқуға деген ынтасы мен қызығушылығы арта бастайды.

Жалпы статистикаға сүйенетін болсақ, оқушылар алғашқы естіген мәліметтерінің тек қана 25% және көргендерінің 33% ғана есте сақтап қалады. Егерде көру және есту процессі қатар жүретін болса берілген ақпараттың 50%, ал IT технологиялары арқылы барлық сызбалар визуалды түрде көрсетілетін болса ақпараттың 75% есте қалуы мүмкін екен. Осылайша, оқу процесінде интерактивті құралдарды қолдану білімді игеру деңгейін едәуір арттырады және бұл интерактивті құралдарды оқу іс-әрекетінде қолданудың сөзсіз артықшылығы болып табылады. Айта кету керек, мотивация ілімде маңызды рөл атқарады.

Бұл оқытудың тиімділігін арттырып қана қоймай, оқушылардың мотивациясын қалыптастыра алатын ең қуатты құралдардың бірі болып табылатын интерактивті оқыту құралдары. Бұл тек компьютермен жұмыс жасау арқылы ғана емес, сонымен бірге зерттелетін материалды қиындықпен реттеу мүмкіндігі, сонымен бірге дәстүрлі мораль мен айыптау жүйесіне жүгінбестен жетістіктер мен дұрыс шешімдерді ынталандыру арқылы жүзеге асырылады.

Интерактивті тақта бағдарламаларынан басқа, жеке дайын электронды бағдарламалар бар. Тригонометрия бойынша осындай бағдарламалардың бірі-тригонометриялық функциялардың графигін құруға, оларды түрлендіруге, графикте оның қасиеттерін көрсетуге мүмкіндік беретін «Trigonom» бағдарламасы, бұл негізгі тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге де мүмкіндік береді. Бұл бағдарламада тағы бірнеше жеке бағдарламалар бар, оларда негізгі ұғымдар визуалды түрде көрсетіліп қана қоймай, сандық мәндерді оқуға мүмкіндік бар. «Trigonom» қосымшасы интерактивті тақтада да, мультимедиялық жиынтықта да қолдануға болады. Аталған қосымша мынадай бөлімдерден тұрады:

- Негізгі ұғымдар;
- Графика және тригонометриялық функциялардың қасиеттері;
- Графиктерді түрлендіру;
- Бұрылыстар, аддукциялар;
- Негізгі теңдеулер мен теңсіздіктер;
- Кері функциялар, олардың графиктері.

Әр бөлімнің өзінің басқару элементтерінен тұрады: түймелер, тізімдер, мәтін ұяшықтары және белгілер. Мәселен, «Графиктер мен функциялар» бөлімі тригонометриялық функциялардың графиктерін және олардың қасиеттерін көрсетуге арналған. Қажетті функцияның графигі пайда болуы үшін сол жақ тізімнен функцияны таңдау жеткілікті. Оң жақ тізім функцияның қасиеттерін тізімдейді. Бағдарлама функцияның қасиеттерін анықтауы үшін сізге қажетті сипатты таңдау керек. Сипатты таңдамас бұрын функцияның графигі бейнеленгені маңызды. Басқа немесе сол функцияны таңдағанда, сурет терезесі тазаланады және таңдалған функцияның графигі қайтадан құрылады.

«Trigonom» тренажер бағдарламасының мүмкіндіктерін қарастыра отырып, бұл бағдарламаны алгебра сабақтарында және талдаудың басында қолдануға болады деп айта аламыз.

Қорытындылай келе, ақпараттық технологиялар оқыту барысында төмендегідей мәселелерді шешуде көмекші болып табылады:

- сабақтарда интерактивтілікті жүзеге асыру арқылы білім алушылардың белсенділігін арттыру;
- оқушылардың тригонометриялық деректерді модельдеу және визуализациялау қабілетін дамыту;
- алынған нәтижелерді синтездеу және талдау;
- оқушыларға ақпарат алуға және тапсырмаларды жеке қарқынмен орындауға мүмкіндік беретін сараланған тәсілді жүзеге асыру.

Аталған мәселелерді шешу арқылы, мақаланың негізгі мақсатына, яғни білімді кеңейту және тереңдету, оқушылардың қызығушлығын арттыру, сондай-ақ олардың математикалық қабілеттерін дамытуға қол жеткізуге болады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Горский Е.А. Использование электронных средств обучения при изучении тригонометрических функций. – 2015
2. Егорова Е.А. Изучение тригонометрического материала в средней школе // «Актуальные проблемы современного образования», 2022. 148-154 б
3. Штарнова Ж.А., Шармин Д.В. Применение технологии развития критического мышления при изучении тригонометрических функции в школе. – 2020
4. Sibawu W.S. Analysis of errors in derivatives of trigonometric functions. – 2015
5. Әбілқасымова А., Кучер Т.П., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.А. Алгебра және анализ бастамалары, 10 сынып. – 2019
6. Мамонтова Т.С., Мусякаева Е.И. Приемы запоминания значений тригонометрических функций // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2018
7. Әлімов А.Қ. Интербелсенді оқыту әдістемесін мектепте қолдану. Оқу құралы / – Алматы, «Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ ПШО, 2014. 188б

МЕКТЕП МАТЕМАТИКАСЫНДА КОМБИНАТОРИКА ЕСЕПТЕРІН ШЕШУДЕ ОҚЫТУДАҒЫ ОҚУЛЫҚТАҒЫ ОЛҚЫЛЫҚ

Кенжехан Маратбек
Л. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
«7М01509-Математика» білім беру бағдарламасының
2 курс магистранты
Ғылыми жетекшісі: *Наурызбекова Алтынгуль Сериковна*
Астана қ., Қазақстан

***Аннотация**: Мақалада мектеп математика курсында комбинаториканы оқыту мәселелері қарастырылған. Негізгі оқулықтардағы комбинаторика бөлімдерінің мазмұнына талдау жасалды. Жеткіліксіз қамтылған мәселелер, сонымен қатар комбинаторлық есептерді шешудегі типтік қателер анықталды. Бар олқылықтарды толтыру үшін теориялық материалды және оқыту әдістерін кеңейту бойынша бірқатар ұсыныстар ұсынылады. Тақырыпты оқытуды жетілдірудің одан әрі бағыттары көрсетілген.*

***Тірек сөздер**: комбинаторика, мектеп математика курсы, оқытудағы олқылықтар, комбинаториканы оқыту әдістемесі, жиі кездесетін қателер, комбинаторлық есептерді шығару, мұғалімдерге ұсыныстар.*

Қазіргі уақытта мектепте комбинаториканы оқыту мәселелері ерекше өзекті болып табылады. Себебі, математиканың бұл бөлімінің қолданбалы маңызы зор және мектеп оқушыларының логикалық-алгоритмдік ойлауын қалыптастыруға көмектеседі. Дегенмен, қолданыстағы мектеп оқулықтарын талдау оларда комбинаторика есептерін шығару тақырыбының толық қамтылмағанын көрсетеді.

Бұл зерттеудің мақсаты – мектеп оқулықтарындағы комбинаторика мәселелерін берудегі олқылықтарды талдау және оларды толтыру бойынша әдістемелік ұсыныстар беру.

Осы мақсатқа жету үшін келесі міндеттерді шешу қажет:

1. 7-11 сыныптарға арналған алгебра және талдау принциптері бойынша негізгі мектеп оқулықтарындағы комбинаторика бөлімдерінің мазмұнын оқып үйрену.
2. Осы тараулардағы ең нашар қарастырылған теориялық мәселелерді және есеп түрлерін анықтаңыз.
3. Комбинаторика есептерін шығару кезінде мектеп оқушылары жіберетін типтік қателерді және олардың пайда болу себептерін талдаңыз.
4. Осы типтегі есептерді шешуге неғұрлым табысты оқуға қажетті қосымша теориялық ақпарат пен әдістемелік ұсыныстарды ұсыныңыз.
5. Есептерді шығару кезінде комбинаторлық әдістерді қолдана білуді дамытуға бағытталған жаттығулар жүйесін құрастырыңыз.

Анықталған мәселелерді шешу мектеп оқулықтарындағы «Комбинаторика есептерін шешу» тақырыбын қамтудағы олқылықтарды жоюға мүмкіндік береді және бұл мәселені мектепте оқытудың тиімділігін арттыруға ықпал етеді.

Мектеп оқулықтарындағы комбинаторика бөлімдерін талдау бұл материалды беруде белгілі бір олқылықтардың бар екенін көрсетті. Бұл аспектіде келесі тармақтар ең маңызды болып көрінеді:

1. Көп жағдайда оқулықтар комбинаторлық есептерді шешу әдістері ретінде туынды ережесі мен ауыстырулар, орналастырулар мен комбинациялар туралы қысқаша жалпы ақпаратты ғана береді. Тиісті әдістерді әзірлеумен байланысты мәселелердің әртүрлі

түрлерінде нақты мысалдар мен тұжырымдамаларды жүзеге асыру арқылы бұл ережелердің иллюстрациясы жоқ.

2. Оқулықтарда комбинаториканың белгілі бір кластағы есептерді шешу әдісі ретіндегі негізгі мақсаты – бір-бірімен байланысқан элементтердің немесе шарттардың шектеулі саны болған кезде қандай да бір оқиғаны немесе процесті жүзеге асыру тәсілдерінің санын табу ашылмаған. Бұл элементтердің ықтимал ауыстырулар, комбинациялар немесе орналастырулар санын анықтау туралы мәселенің тұжырымы жоқ.

3. Комбинаторика курсының негізгі міндеттерінің бірі – мектеп оқушыларына ұсынылған есептердің шарттарын белгілі бір комбинаторлық ұғымдар тіліне өз бетінше «аударып», нақты жағдаймен байланыстыра білуге үйрету. Бұл аспект оқулықтардың теориялық материалында да, тақырып бойынша жаттығулар жүйесінде де нашар көрсетілген.

4. Оқулықтардың көпшілігінде шектеулермен комбинаторлық есептерді шығару, ықтималдықтар теориясының элементтерін қолданатын есептер, «толық емес» бастапқы ақпаратпен есептер шығару сияқты мәселелерге жеткіліксіз көңіл бөлінеді [1].

Комбинаториканың мектеп курсындағы анықталған олқылықтарды жоюдың осы типтегі есептерді шешуде оқыту сапасын арттыру және жалпы білім беретін мектеп оқушыларының сәйкес дағдыларын дамыту үшін принципті маңызы бар.

Мектеп математика курсына кіретін типтік комбинаторика есептері белгілі бір ережелер бойынша немесе қойылған шектеулер бойынша берілген элементтердің әртүрлі комбинацияларының (орындарының, комбинацияларының, орналасуының) санын санауға байланысты есептер болып табылады.

Берілген элементтер жиынының орын ауыстырулар санын анықтау есептері. Мысалы, n түрлі нысанды қатарға неше тәсілмен орналастыруға болатынын немесе берілген сөздің әріптерін белгілі бір реттілікпен қанша тәсілмен орналастыруға болатынын табу керек. Берілген n элементтен тұратын m-элементтік жиынының комбинацияларының санын табу, яғни осы жиыннан алуға болатын берілген дәрежедегі элементтер топтарының санын анықтау есептері. Орналастыру тәртібі маңызды болған жағдайда элементтерді белгілі бір орындарда, позицияларда орналастыру қажеттілігіне байланысты орналастырулар санын есептеуге арналған тапсырмалар. Элементтердің ықтимал комбинацияларына қойылған шектеулер жағдайында ауыстырулар, комбинациялар немесе орналастырулар санын анықтау мәселелері. Элементтердің шектеулі санының орын ауыстыру санын есептеу үшін факториал ұғымын қолданатын есептер. Комбинаторлық әдістерді қолдануды көздейтін практикалық, «күнделікті» мазмұнды есептер.

Есептің бұл түрін шешу ең алдымен мектеп оқушыларында есептің шарттарын талдау, нақты жағдай мен комбинаторлық модель арасында байланыс орнату, сонымен қатар негізгі комбинаторлық формулалар мен ережелерді қолдану дағдыларын қалыптастыруға бағытталған [2].

Комбинаторикалық есептерді шешу кезінде оқушылар жіберген типтік қателерді талдау келесі жиі кездесетін қиындықтарды анықтауға мүмкіндік береді:

1. Есептің шешімін формальды түрде жаза алмау, яғни тиісті белгілермен және формулалармен логикалық пайымдаулар тізбегі түрінде ұсыну. Мектеп оқушылары мұндай есептерді комбинаторлық ұғымдар мен негіздемелерді қолданбай, интуитивті түрде шешуге тырысады.

2. Тұрмыстық мазмұндағы нақты мәселені абстрактілі комбинаторлық тілге аударудағы қиындықтар, яғни жиынтық-теориялық ұғымдар мен символизм арқылы нақты жағдайды білдіру.

3. Есептің шарттарына байланысты комбинаторлық модельді дұрыс таңдамау (мысалы, орналастыру немесе ауыстыру орнына комбинациялар).

4. Сәйкес формуланы анықтауға байланысты негізгі комбинаторлық формулаларды қолданудағы қателер және оған есептің бастапқы деректерін ауыстырудың дұрыстығы.

5. Белгілі бір комбинаторлық модельді пайдалану кезінде қосымша шарттар мен шектеулерді дұрыс қарастырмау [3].

Мұндай қателер, әдетте, қарастырылып отырған мәселелер сыныбын шешуге қажетті ойлаудың логикалық және комбинаторлық стилінің жеткіліксіз даму деңгейінен туындайды. Сонымен қатар, математиканы оқыту процесінде бұл дағдыны жаттықтыруға арналған тапсырмалардың жеткіліксіз саны маңызды рөл атқарады. Анықталған олқылықтар мен қателерді жою тақырып бойынша теориялық материалды неғұрлым толық қамту және өзекті мәселелерді шешуде жүйелі оқытуды ұйымдастыру жағдайында мүмкін болады.

Мектепте комбинаторика негіздерін оқытуда анықталған олқылықтарды толтыру үшін осы тақырып бойынша теориялық материалға келесі қосымша мәліметтерді қосқан жөн.

Біріншіден, соңғы жиындардың ауыстырылуы, комбинациясы және орналасуы сияқты негізгі ұғымдардың мазмұнын толығырақ және анық ашу. Анықтамалар мен негізгі формулаларды беріп қана қоймай, сонымен қатар осы комбинаторлық объектілермен типтік есептерді шешу алгоритмдерін талдау қажет, бұл мектеп оқушыларының бұл материалды жақсы түсінуіне мүмкіндік береді.

Екіншіден, вербалды тұжырымдалған қолданбалы есептердің шарттарын тиісті белгілер мен символизмді пайдалана отырып, формалды комбинаторлық тілге аудару әдістемесіне көбірек көңіл бөлу керек. Мұндай дағдыларды көптеген мысалдармен жаттықтыру қажетті аналитикалық дағдыларды дамытуға ықпал етеді.

Үшіншіден, күрделірек комбинаторлық есептерді шешу әдістерін бөліп көрсету арқылы теориялық материалды кеңейту - шектеулермен, жалпылама сипаттағы, толық емес мәліметтермен, ықтималдық-статистикалық аппаратты қолданумен және т.б. Бұл оқушыларға комбинаторлық әдістерді толық меңгеруге мүмкіндік береді [4].

Көрсетілген ұсыныстарды мектеп математика курсында жүзеге асыру комбинаториканы оқудағы негізгі олқылықтарды жоюға және осы білім саласындағы оқушылардың жалпы математикалық құзыреттілігін дамытуға көмектеседі.

Комбинаторлық есептерді шешуде оқу процесінің тиімділігін арттыру үшін келесі әдістемелік ұсыныстарды ұсынуға болады:

1. Тақырып бойынша теориялық материалды оқып-үйрену кезінде мүмкіндігінше айқындықты пайдаланған жөн – ауыстыру, орналастыру және комбинация ұғымдарын қоршаған ортадан немесе өмірлік жағдайлардан қарапайым мысалдар арқылы суреттеу. Бұл абстрактілі анықтамаларды түсінуді жеңілдетеді.

2. Нақты мазмұны бар мәтіндік есептің шарттарын комбинаторлық ұғымдардың формальды математикалық тіліне аудару және бұл шарттарды белгілі бір үлгімен байланыстыру қабілетін дәйекті түрде дамыту.

3. Күрделілігі жоғарылайтын типтік есептерді сатылай шешу кезінде негізгі комбинаторлық формулаларды қолдану дағдыларын жаттықтыру.

4. Қосымша шарттар мен шектеулерді енгізген кезде оларды шарты ұқсас есептерді шығару негізінде таңдап алынған комбинаторлық модельде есепке алуға үйрету.

5. Комбинаторлық әдістерді қолдануды талап ететін, оларды шешуге ынталандыруға ықпал ететін практикалық тапсырмаларды жаттығулар жүйесіне енгізу.

6. Оқушыларға күрделілігі әртүрлі тапсырмаларды ұсына отырып, оқытуда сараланған тәсілді қолдану [5].

Осы әдістемелік ұсыныстарды жүзеге асыру мектеп оқушыларының комбинаторлық есептерді шешу саласындағы дағдыларын мақсатты түрде дамытуға мүмкіндік береді.

Зерттеудің соңында келесі негізгі қорытындыларды жасауға болады.

Мектеп математика оқулықтарындағы комбинаторика бөлімдерінің мазмұнын талдау бұл тақырыпты қамтуда айтарлықтай олқылықтардың бар екенін көрсетті. Атап айтқанда, негізгі комбинаторлық ұғымдарды ашуға, проблемалық шарттарды формальды тілге аудару қабілетін дамытуға, күрделі есептерді шешу әдістерін зерттеуге жеткіліксіз көңіл бөлінеді.

Анықталған олқылықтар комбинаторлық есептерді шешуде типтік қателердің пайда болуын тудырады – мысалы, үлгіні дұрыс таңдамау, формулаларды қолданудағы қателер, қосымша шарттарды дұрыс қарастырмау.

Бұл мәселелерді жою үшін теориялық материалды айтарлықтай толықтыру, жалпы тәсілдер мен комбинаторлық есептерді шешудің әртүрлі жеке әдістерін тексеруге арналған тапсырмалар жүйесін қосу қажет.

Жалпы, зерттеу тақырыбы өте өзекті және перспективалы болып көрінеді. Оның одан әрі дамуы бірнеше бағытта жүруі мүмкін:

- Алгебра элементтері (Ньютон биномының қасиеттері және т.б.) есебінен зерттелетін комбинаторлық объектілер мен әдістерді кеңейту.
- Ықтималдықтар теориясында және математикалық статистикада комбинаториканың қолданылуын зерттеу
- Әртүрлі оқыту профильдері үшін комбинаторика бойынша элективті курстарды әзірлеу
- қарастырылатын тақырыпты тиімдірек дамыту үшін оқу-әдістемелік құралдарды, оның ішінде мультимедиялық құралдарды жасау.

Белгіленген бағыттарды жүзеге асыру орта мектепте комбинаториканы оқыту үдерісін жетілдіруге ықпал етеді.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Алдажаров, Қ.С. Математикадан қиындығы жоғарылаған есептер / Қ.С. Алдажаров. – Алматы: Мектеп, 2010. – 156 б.
2. Балқыбаев, М.Б. Математиканы оқыту әдістемесі / М.Б. Балқыбаев, Қ.М. Өтебалиев. – Астана: Фолиот, 2016. – 242 б.
3. Темербекова, А.А. Мектепте математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі / А.А. Темербекова; өңдеген М.И. Зайдельман. – Шымкент: ОҚМУ, 2018. – 167 б.
4. Оспанова, Б.Мектеп математика курсындағы комбинаторика / Б.Оспанова // Математика мектепте. - 2012. - No 3. - 10-15 б.
5. Садыров, Е.С. ҰБТ және ВНО күрделілігінің жоғарылау мәселелері: әдістемелік құрал / Е.С. Садыров. – Қарағанды: Болашақ-Баспа, 2019. – 123 б.

УДК 539.

Физико-химические процессы формирования структуры
при спекании керамики BeO + $TiO_2^{мкм} + TiO_2^{нано}$

К.М.Тауданбекова, К.В.Аюбаева, А.В.Павлов, Каримова Г., Чаякмет Г., К.Т.Иманжанова
Научный руководитель – Л.И.Квеглис, доктор ф-м.н., профессор
ВКУ им.С.Аманжолова
г.Усть-Каменогорск, Казахстан

Аннотация: *В статье рассматривается кристаллическая структура керамики с добавкой наночастиц TiO2. В процессе спекания кластерная структура нанокристаллитов трансформируется из октаэдрической в икосаидрическую форму. Поглощение электромагнитного излучения происходит по механизму многократного переотражения излучения внутри и на поверхности наночастиц.*

Ключевые слова: *Оксидно-бериллиевая керамика, кластерная структура, наночастицы.*

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы - разработка и совершенствование технологии получения керамики на основе микропорошка оксида бериллия с добавками микро- и нанопорошков диоксида титана и изучение физико-химических основ этих процессов.

Эволюция микроструктуры керамики с добавкой наночастиц TiO_2 в интервале температур 1500 – 1550 °С:

BeO + 29,0 % $TiO_2^{мкм}$ + 1,0 % $TiO_2^{нано}$

При температуре спекания 1500 °С в микроструктуре керамики на фоне крупных, порядка 20 – 25 мкм фрагментов зерен TiO_2, присутствует большое количество (1212 шт.) и мелких зерен размером от 1,0 до 5,0 мкм. Крупные элементы TiO_2 имеют мелкие ~ 0,5 – 1,0 мкм шаровидные поры.

По-видимому, так называемый диффузионный барьер сдерживающий рост кристалла возникает на начальной стадии процесса спекания. Фазовый электронно-микроскопический анализ также указывает на заполнение пустот (пор) фазой TiO_2 в процессе усадки керамики при спекании.

Таблица 1. – Фазовый состав и параметры кристаллической решетки керамики BeO + 29,0% $TiO_2^{мкм}$ +1,0% $TiO_2^{нано}$ (П3) в сравнении с серийным образцом BeO + 30,0 % $TiO_2^{мкм}$ (БТ-30).

Фаза	Тип структуры	БТ-30, сод., %	П3, сод.,%	Параметры кристаллической решетки, Å	
				БТ-30	П3
TiO_2 (рутил)	Тетрагональная	49,0	40,4	a=4,52321 c=2,92918	a=4,56844 c=2,94009

				V=59,93	V= 61,36
BeO	Гексагональная	37,1	30,0	a= 2,66534 c= 4,33256 V= 26,66	a= 2,68676 c= 4,35720 V= 27,24
TiH_2	Тетрагональная	3,7	7,2	a= 3,20137 c= 4,27480 V= 43,81	a= 3,20576 c= 4,27480 V= 43,93
Ti_3O_5	Орторомбическая	10,2	22,4	a= 3,73010 b= 9,44087, c= 9,78548 V= 344,60	a= 3,73376 b= 9,46864 c= 9,81042 V= 346,83

Основной поглощающей фазой СВЧ-излучение в материале БТ-30 является полупроводниковое нестехиометрическое соединение Ti_3O_5, образующееся при восстановлении диоксида TiO_2 в процессе термообработки керамики в среде водорода. Таким образом, введение наночастиц TiO_2 в количестве (0,1 – 2,0) %, использование графитовой футеровки и нагревателя при температуре спекания 1550 °С способствуют созданию восстановительной атмосферы и особых условий для более эффективного восстановления TiO_2 в проводящие соединения Ti_3O_5 и TiH_2.

Оксид бериллия по отношению к TiO_2 является инертным соединением, то есть между ними отсутствует химический потенциал взаимодействия, как показано на фазовой диаграмме, рисунок 1.

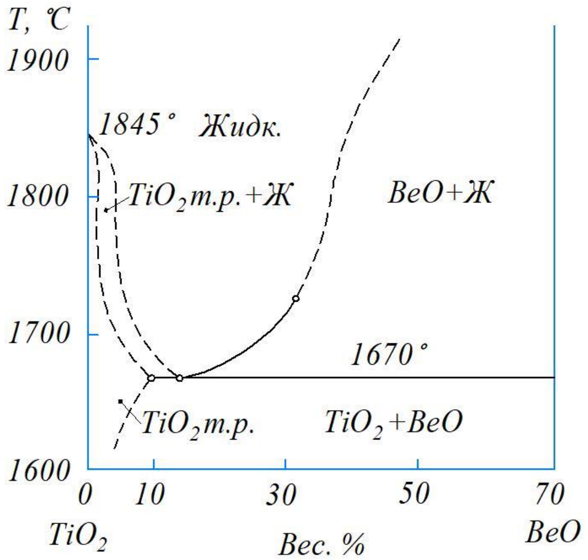


Рисунок 1. – Фазовая диаграмма состояния TiO_2 – BeO.

Как видно из рисунка 1., при содержании диоксида титана от 20 до 70 мол. % масс., свыше температуры 1670 °С, диоксид титана переходит в жидкую фазу. Поэтому, чтобы не «потерять» механические свойства, вследствие роста кристалла, температура спекания (BeO + TiO_2)-керамики должна быть не выше 1670 °С. В зависимости от механизма спекания определяется и микроструктура керамик. В случае твердофазного процесса спекания отдельные зерна образуются при процессах растворения пор и роста отдельных кристаллов. Форма кристаллов при этом становится многогранной, что позволяет им заполнить предоставленный объем образца.

При твердофазном спекании свободная энергия меняется с учетом изменения площади поверхности кристалла и при замене границы раздела фаз «твердое тело – газ» на границу «твердое тело – твердое тело».

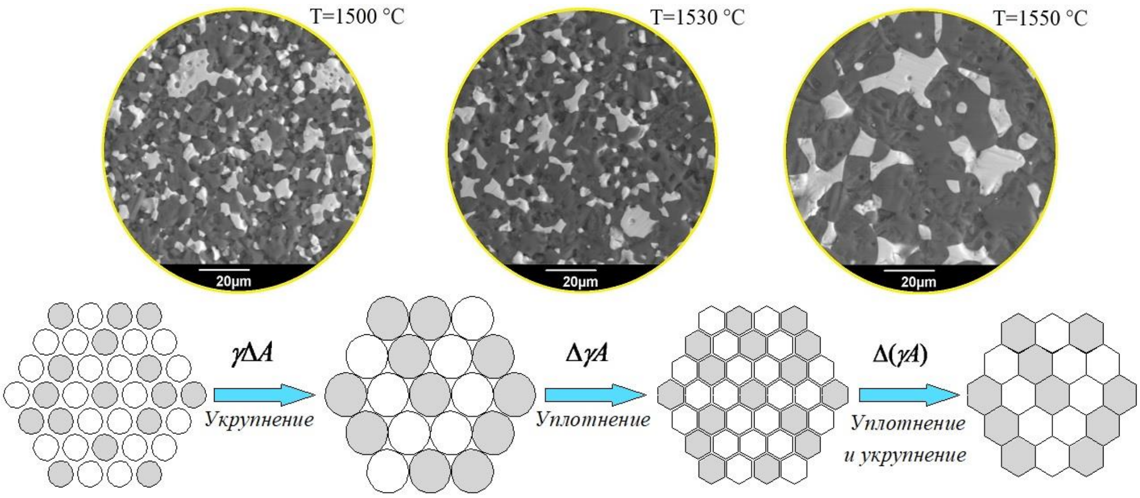


Рисунок 2. – Схема механизмов укрупнения и уплотнения структурных элементов керамики при спекании. На вставках сверху микроструктура керамики состава BeO + 28,5 % $TiO_2^{мкм}$ + 1,5 % $TiO_2^{нано}$.

Образцы керамики состава BeO + 5 масс. % $TiO_2^{нано}$ представляющие двухфазную систему подвергали температуре спекания 1700 °C (выше перехода в область жидкофазного спекания – 1670 °C, рисунок 1.), с целью достижения механизма жидкофазного спекания. Первой фазой будем считать оксид бериллия BeO, второй фазой с меньшей температурой, - наночастицы TiO_2. В равновесном состоянии, значения диэдрических углов стремятся к величинам, задаваемым соотношением поверхностных энергий на границах раздела фаз, рисунок 3.

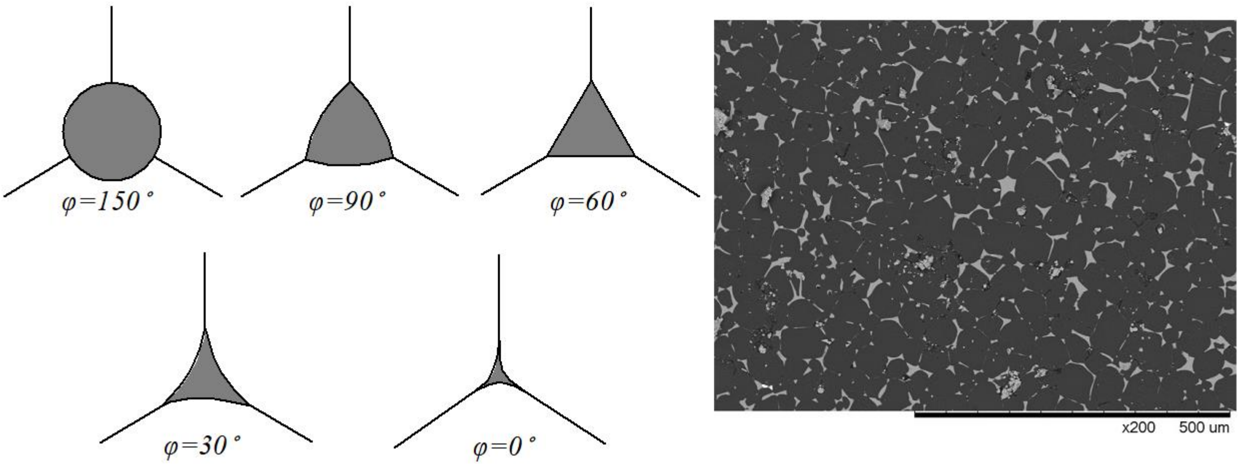


Рисунок 3. – Форма тройного пересечения в двумерной микроструктуре. На фотографии представлено электронное изображение керамики BeO + 5,0 % $TiO_2^{нано}$. T = 1800 °C.

При уменьшении диэдрического угла площадь контакта между кристаллами уменьшается. Происходит увеличение площади контакта кристаллов со второй фазой. Таким образом, для исследуемого образца диэдрический угол составляет 0 – 30. Тенденция к уменьшению значения диэдрического угла наблюдается при температуре 1800 °С. Таким образом, возможность увеличения температуры спекания керамики за счет добавки наночастиц TiO_2 будет способствовать уменьшению межфазной поверхностной энергии, следовательно, увеличению плотности, твердости, механической прочности и возможно других физико-химических свойств, при условии сдерживания роста размера кристалла TiO_2 и BeO.

В керамике состава BeO + $TiO_2^{мкм}$ + $TiO_2^{нано}$, примесь $TiO_2^{нано}$ является растворимой в фазе $TiO_2^{мкм}$, концентрация которой различна в объеме и на границе зерен. В случае применения наноразмерных частиц в качестве примесной фазы, сегрегация примесей и изменения внутренней энергии могут происходить совершенно по другим механизмам. Оксид бериллия относится к группе «изоляционных оксидов» получаемых из металлов левой и правой частей таблицы Д.И. Менделеева. Диоксид титана относится к полупроводникам или металлическим оксидам, расположенным в середине таблицы. Спеченная механическая смесь (керамика) таких оксидов с добавкой наночастиц может проявлять аномальные физико-химические свойства.

ВЫВОДЫ

Установлен механизм самозалечивания микропор синтезированного материала с добавкой 0,1 – 1,5 масс. % $TiO_2^{нано}$, заключающийся в проникновении фазы TiO_2 в пустоты и поры структурных элементов BeO в процессе усадки керамики при спекании.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов М. Д. Современные проблемы материаловедения. Нанокомпозитные материалы: учеб. пособие / М. Д. Михайлов. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. С. 67 – 70.
2. Родионов В.В. Механизмы взаимодействия СВЧ-излучения с наноструктурированными углеродсодержащими материалами. : Дис. к.ф.м.н. ФГБОУ ВО. Юго-Западный гос. ун-т. – Курск, 2015. – 169 с.
3. Kiiko V.S., Pavlov A.V. «Ceramic for Electronic Engineering and Other Fields of Technology». Refractories and Industrial Ceramics, March 2018. Vol. 58(6), pp. 687 – 692.
4. Поклонский Н.А., Горбачук Н.И. Основы импедансной спектроскопии композитов. – Мн.: БГУ, 2005. – С. 83 – 90.
5. Павлов А.В., Квеглис Л.И., Джес А.В., Сапрыкин Д.Н., Насибуллин Р.Т., Великанов Д.А., Немцев И.В., Шалаев П.О. Мегнетизм бериллиевой керамики со структурой перовскита BeTiO 3 . Фунд. пробл. совр. материаловед. 2022. Т. 19. №1. С. 115 – 124.

ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУДА СЫНЫПТАН ТЫС ЖҰМЫСТАРДЫ ПАЙДАЛАНУ

Жаханова Аяулым Ардаковна
Магитрант педагогикалық институт Астана Халықаралық Университеті
Ғылыми жетекші: Умбетов Абилхан Умбетович
Астана қ., Қазақстан

Аннотация: *Бұл мақала физиканы оқыту контекстінде сыныптан тыс жұмыстарды қолданудың перспективалары мен тиімділігін зерттейді. Бұл әдістің артықшылықтары, оның ішінде оқу процесін байыту, физикалық тұжырымдамаларды түсінуді тереңдету және студенттердің практикалық дағдыларын дамыту қабілеті қамтылған. Мақалада сонымен қатар физиканы тиімді оқытуға ықпал ететін және студенттердің осы ғылыми пәнге деген қызығушылығын қолдайтын білім беру практикасына сәтті ене алатын сыныптан тыс жұмыстың нақты әдістері қарастырылады.*

В этой статье исследуются перспективы и эффективность использования внеклассных занятий в контексте преподавания физики. Преимущества этого метода включают в себя способность обогащать учебный процесс, углублять понимание физических концепций и развивать практические навыки студентов. В статье также рассматриваются конкретные методы внеклассной работы, которые способствуют эффективному преподаванию физики и могут успешно интегрироваться в образовательную практику, поддерживая интерес студентов к этому научному предмету.

Кілт сөздер: *сыныптан тыс жұмыстар, физиканы оқыту, педагогикалық әдістемелер, белсенді оқыту, практикалық түсіну, оқытудың тиімділігі, оқу процесі.*

Қазіргі білім беру тәжірибесінде студенттердің білімді тиімді игеруіне бағытталған оқытудың әртүрлі әдістеріне көбірек көңіл бөлінеді. Сонымен қатар, сыныптағы дәстүрлі сабақтар көбінесе физика сияқты күрделі ғылымдарды толық игеру үшін жеткіліксіз. Бұл тұрғыда сыныптан тыс жұмыстар студенттерге физикалық құбылыстарды тереңірек және практикалық түсінуге бірегей мүмкіндіктер бере отырып, ерекше маңызға ие болады. Бұл мақалада біз физиканы оқытуда сыныптан тыс жұмыстарды қолдану перспективаларын қарастырамыз, осы тәсілдің артықшылықтарын анықтаймыз және осы әдісті оқу процесіне сәтті енгізуге ықпал ететін нақты әдістерді қарастырамыз.

Сыныптан тыс жұмыстар дегеніміз - сабақтан тыс уақытта оқушылармен жүйелі, міндетті емес сабақтар. Бүгінгі сабақтан тыс іс-шаралар негізінен оқушылардың мазмұнды бос уақыттағы қажеттіліктерін қанағаттандыру, олардың өзін-өзі басқаруға қатысуы және әлеуметтік пайдалы іс-шаралар үшін сабақтан тыс уақытта ұйымдастырылатын іс-шаралар деп түсініледі. Қазіргі уақытта екінші буынның жаңа стандарттарына көшуіне байланысты сабақтан тыс жұмыстарды жетілдіру жүріп жатыр [1].

Сыныптан тыс жұмыстың негізгі мақсаты - оқушының жасын, ақыл-ойы мен қызығушылығын ескере отырып, оның жеке басын үйлесімді дамыту, сондай-ақ әр оқушының бейімділігі мен қабілеттерін анықтау.

Физика бойынша сыныптан тыс жұмыстардың алдында келесі негізгі міндеттер қойылады [2]:

– оқушылардың физикаға және оның қолданылуына тұрақты қызығушылығын дамыту;
– бағдарламалық материал бойынша оқушылардың білімін кеңейту және тереңдету;
– оқушылардың қабілеттерін оңтайлы дамыту және оқушыларға ғылыми-зерттеу

сипатындағы белгілі бір дағдыларды үйрету;

– математикалық ойлаудың жоғары мәдениетін тәрбиелеу;

– оқушылардың оқу және ғылыми-танымал әдебиеттермен өз бетінше және шығармашылық тұрғыдан жұмыс істей білуін дамыту;

– оқушылардың физиканың техника мен тәжірибедегі практикалық маңызы туралы түсініктерін кеңейту және тереңдету;

– оқушылардың физиканың мәдени-тарихи құндылығы туралы түсініктерін кеңейту және тереңдету;

– оқушылардың ұжымшылдық сезімін тәрбиелеу және жеке жұмысты ұжыммен үйлестіре білу.

Сыныптан тыс қызметте әуестенген балалар мен педагогтардың эмоцияға толы өзіндік ортасы құрылады, онда түрлі салаларда болашақ мамандарды тәрбиелеу жүзеге асырылады. Бұл ретте ең бастысы - сабақтың толықтығы мен тұтастығын қамтамасыз ету тетігі ретінде сабақтан тыс жұмыс пен сабақтың өзара байланысы мен сабақтастығын жүзеге асыру[4].

Сыныптан тыс қызмет - бұл тамаша мүмкіндік:

- оқушылардың білімін тереңдету және кеңейту;
- пәнге қызығушылықты ояту;
- оқушыларды дербес шығармашылық жұмысқа үйрету;
- оқушыларды саналы түрде мамандық таңдауға дайындау;
- оқушылардың жеке мүдделерін қанағаттандыру;
- ұжымды білім беру процесінің бірыңғай ұяшығына біріктіру;
- әрбір оқушының әлеуетін ашу;
- ғылым мен техниканың соңғы жетістіктерінен хабардар болу;
- мұғалімге өзінің ұйымдастырушылық қабілеттерін дамыту және өз бетінше шығармашылық жұмыс істеу үшін.

Сондай-ақ, физика бойынша сыныптан тыс сабақтарды барлық талаптарға сәйкес өткізу қажет, олардың бірі сыныптан тыс сабақтарды өткізудің әртүрлі нысандары болып табылады. Физика бойынша сыныптан тыс жұмыстың толық жіктемесін мынадай түрде көрсетуге болады (1-кесте) [5].

1-кесте

Физика бойынша сыныптан тыс жұмыс нысандарын жіктеу

Жеке	Оқушылармен физика бойынша ғылыми-көпшілік әдебиеті бар жұмыс ұйымдастыру
	Рефераттар мен мақалалар дайындау
	Ойын-сауық мәселелерін шешу
	Үйде физикалық эксперименттер жасау
	Физикалық модельдер мен аспаптар жасау
	Зерттеу жұмысы
Топтық	Элективті сабақтар
	Экскурсиялар
	Физикалық үйірмелер
	Қалалық және республикалық ауқымдағы түрлі конкурстарға қатысу
Жаппай	Физикалық олимпиадалар
	Физика онкүндігі
	Қызықты физиканың физикалық кештері
	Көңілділер және тапқырлар клубы, «Интеллектуалды күрес»
	Мектеп физикалық қоғамы (қабырға газеттерін, тақырыптық плакаттар шығару)
	Физикалық ойындар

	Ғылыми-практикалық конференциялар
	Ғылыми-техникалық шығармашылықтың физикалық көрмелері
	Физика саласындағы ғалымдармен, атақты қайраткерлермен кездесу

Алайда, біз оқушыларға физиканы оқытуда сабақтан тыс жұмыстардың қаншалықты тиімді болатынын білуіміз керек.

Сыныптан тыс іс-шаралар оқушылардың білім беру тәжірибесін байытудың құнды құралы болып табылады. Физика саласына қатысты бұл іс-шаралар оқыту процесін жақсартуы, қызығушылықты оятуы және сыни ойлау дағдыларын дамытуы мүмкін. Біз физиканы оқытуда сыныптан тыс іс-шаралардың пайдаланылуына SWOT-талдау жүргіздік, бұл тәсілдердің күшті және әлсіз жақтарын, мүмкіндіктері мен қауіп-қатерлерін бағалау үшін.

Күшті жақтары:

1. Қатысушылықты арттыру: сыныптан тыс іс-шаралар оқушыларға практикалық эксперименттер мен демонстрацияларға белсенді қатысуға мүмкіндік береді, оқушылардың тартымдылығын арттырады және оқу процесін әлдеқайда жағымды етеді. Бұл физикалық тұжырымдамаларды тереңірек түсінуге және бекітуге әкелуі мүмкін.

2. Практикалық қолдану: сыныптан тыс сабақтар оқушыларға нақты әлемнің сценарийлеріне физика бойынша теориялық білімді қолдануға мүмкіндік береді. Сыныптағы оқуды практикалық қолданумен байланыстыра отырып, оқушылар физиканың күнделікті өміріндегі маңыздылығы мен маңызын жақсы түсіне алады.

3. Дағдыларды дамыту: сыныптан тыс сабақтардың арқасында оқушылар проблемаларды шешу, командалық жұмыс және қарым-қатынас дағдыларын жақсарта алады. Бұл дағдылар жиі ынтымақтастық пен тиімді коммуникация талап етілетін физика саласында баға жетпес.

Әлсіздіктер:

1. Ресурстардың шектеулілігі: физика бойынша сыныптан тыс сабақтарды өткізу әдетте зертханалық жабдықтар мен материалдар сияқты қосымша ресурстарды талап етеді. Қаржыландырудың шектелуі және бұл ресурстардың қол жетімсіздігі осындай іс-шараларды тұрақты негізде өткізуге ұмтылатын мектептер немесе мекемелер үшін проблема туғызуы мүмкін.

2. Уақытша шектеулер: сыныптан тыс сабақтарды физика бойынша оқу бағдарламасына қосу осы сабақтарға бөлінетін қосымша уақытты талап етуі мүмкін. Бұл басқа да маңызды тақырыптарға немесе пәндерге аз уақыт қалдыра отырып, оқу бағдарламасына шектеу қойылуы мүмкін.

3. Әртүрлі оқушыларға бейімделу: сыныптан тыс іс-шаралар барлық оқушылардың әртүрлі қажеттіліктері мен оқыту стиліне сәйкес келмеуі мүмкін. Кейбір оқушылар қызметтің белгілі бір түрлерінің практикалық сипатында қиындықтарға тап болуы мүмкін, ал басқалары табысқа жетуі мүмкін. Инклюзивті оқытуды қамтамасыз ету үшін тиісті саралау және жеке оқыту талап етілуі мүмкін.

Мүмкіндіктері:

1. Қызығушылықты ояту: физикадан сыныптан тыс сабақтар оқушыларды қызықтырып, оларды осы салада одан әрі оқуға немесе мансапқа ынталандыра алады. Физиканың қызықты және қызықты аспектілерін көрсете отырып, оқытушылар оқушылардың пәнге деген құштарлығын оятуы мүмкін.

2. Ынтымақтастық және байланыс орнату: бұл іс-шаралар физика саласындағы оқушылар, оқытушылар және сарапшылар арасындағы ынтымақтастық үшін мүмкіндіктер ашады. Мұндай ынтымақтастық оқу тәжірибесін байытуға, әртүрлі көзқарастармен танысуға және кәсіби байланыстарды дамытуға әкеп соғуы мүмкін.

3. STEM-дегі гендерлік алшақтықты жою: Сыныптан тыс іс-шаралар физиканы қоса алғанда, STEM саласындағы гендерлік алшақтықты жоюға көмектеседі. Қыздарды физикамен байланысты сыныптан тыс іс-шараларға белсенді тарта отырып, оқытушылар анағұрлым инклюзивті орта құра алады және оқушыларды мамандық ретінде физиканы таңдауға итермелейді.

Қатерлер:

1. Барабар емес даярлық: физика бойынша сыныптан тыс сабақтарды ұйымдастыру және өткізуге жәрдемдесу бойынша оқытушылардың жеткіліксіз даярлығы тиімсіз енгізуге әкелуі мүмкін. Оқытушыларға іс-шаралардың оқу бағдарламасының мақсаттарына сәйкестігін қамтамасыз ету және оқыту нәтижелерін барынша арттыру үшін тиісті қолдау мен кәсіби даму мүмкіндіктері қажет.

2. Уақытша және бюджеттік шектеулер: уақыт пен қаржы ресурстарының шектеулі болуы физика бойынша сыныптан тыс сабақтарды енгізуге және олардың тұрақтылығына кедергі келтіруі мүмкін. Мектептер немесе мекемелер осы сабақтарды қолдау үшін жеткілікті ресурстар мен уақыт бөлуде қиындықтарға тап болуы мүмкін, бұл олардың тоқтатылуына әкелуі мүмкін.

3. Оқшауланған оқушылар: кейбір оқушыларда физикадан сыныптан тыс сабақтарға ынтасы болмауы немесе қызығушылық танытпауы мүмкін, бұл қатысудың шектелуіне және қайтарымның төмендеуіне алып келеді. Бұл іс-шаралардың әртүрлі оқушылардың мүдделері мен қажеттіліктеріне жауап беруін қамтамасыз ету оқшаулануды болдырмау үшін шешуші мәнге ие.

Қорытындылай келе, физиканы оқыту кезіндегі сыныптан тыс жұмыс өзінің жарқын қасиеттеріне, сондай-ақ еңсерілетін кемшіліктеріне ие қазіргі заманғы білім берудің ажырамас құрамдас бөлігі болып табылады. Оқытудың бұл әдісі оқушылардың ғылымға деген қызығушылық деңгейіне оң әсер етеді, оқу процесін байытады және практикалық дағдыларды дамытады.

Маңызды артықшылықтардың ішінен студенттерді теориялық білім практикалық дағдыға айналдырылатын оқу процесіне тартуды бөліп көрсетуге болады. Сыныптан тыс жұмыс арқылы қол жеткізілетін физикалық құбылыстарды терең түсіну оқушылардың пәнге тұрақты қызығушылығын қалыптастыруға ықпал етеді.

Нәтижесінде, физиканы оқытуда сыныптан тыс жұмыстарды қолданудың алдында тұрған қиындықтарға қарамастан, бұл әдістің артықшылықтары оқушыларды оқытып қана қоймай, олардың ғылыми қызығушылығын оятып, сыни ойлауды дамытатын білім беру ортасын қалыптастыру контекстінде оның құндылығын айқын көрсетеді.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ДЕРЕККӨЗДЕР ТІЗІМІ

1 Шамало Т. Н., Мехнин А. М. Формирование ценностных ориентаций учащихся в процессе политехнической подготовки на уроках и во внеклассной работе по физике //Педагогическое образование в России. – 2012. – №. 5. – С. 230-234.

2 Флегонтова Е. А. Организация внеклассной работы по физике средствами электронных образовательных ресурсов //Студенческая наука и XXI век. – 2018. – №. 2-2. – С. 398-400.

3 Ковалева С. Г. Внеклассная работа по физике как средство обучения учащихся умению применять знания : дис. – СПб. : [Рос. гос. пед. ун-т им. АИ Герцена], 2004.

4 Желонкина Т. П., Лукашевич С. А. Организация внеклассной работы при обучении физике в средней школе //Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – 2016. – Т. 1. – №. 4.

5 Флегонтова Е. А. Организация внеклассной работы по физике средствами электронных образовательных ресурсов //Студенческая наука и XXI век. – 2018. – №. 2-2. – С. 398-400.

УДК 512.13

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВОЙСТВА ОГРАНИЧЕННОСТИ ФУНКЦИЙ

Хирадинова Русалина Ахмедовна
Магистрант кафедры «Математика и информатика» университета Шымкент

При существовании положительного числа М, удовлетворяющего неравенству $|f(x)| \le M$ для всех значений аргумента x, функцию называют ограниченной; при не существовании такого числа, неограниченной. В процессе решения некоторых неравенств, а также уравнений ограниченность функции (сверху/ снизу) нередко выполняет значительную роль. К примеру, при справедливости неравенства $f(x) > A$ и $g(x) < A$ (А – какое –то число) для всех аргументов x из определенного множества М, уравнение $\mathrm{f(x) = g(x)}$ и неравенство $\mathrm{f(x) < g(x)}$ решений на данном множестве М иметь не будут. Важно заметить, то, что роль некоторого числа А нередко выполняет 0, в таком случае сохраняется знак функций $\mathrm{f(x)}$ и $\mathrm{g(x)}$ на множестве *M*.

Пример 1. Решить уравнение $x^3 - x - \sin \pi x = 0.$

Решение: Очевидно, что $x = 0,$ $x = 1,$ $x = -1$ являются решениями заданного уравнения. Для нахождения других решений уравнения в силу нечетности функции $f(x) = x^3 - x - \sin \pi x$ достаточно найти его решения в области $x \succ 0,$ $x \ne 1,$ поскольку если $x_0 \succ 0$ является его решением, то и $(-x_0)$ также является его решением.

Разобьем множество $x \succ 0,$ $x \ne 1,$ на два промежутка: $(0;1)$ и $(1;+\infty).$

Перепишем заданное уравнение в виде $x^3 - x = \sin \pi x.$ На промежутке $(0;1)$ функция $g(x) = x^3 - x$ принимает только отрицательные значения, поскольку $x^3 \prec x$ а функция $h(x) = \sin \pi x$ только положительные. Следовательно, на этом промежутке уравнение не имеет решений.

Пусть x принадлежит промежутку $(1;+\infty).$ Для каждого из таких значений x функция $g(x) = x^3 - x$ принимает положительное значения, функция $h(x) = \sin \pi x$ принимает значения разных знаков, причем на промежутке $(1;2]$ функция $h(x) = \sin \pi x$ неположительна. Следовательно, на промежутке $(1;2]$ уравнение решений не имеет.

Если же $x \succ 2,$ то $|\sin \pi x| \le 1,$ $x^3 - x = x\left(x^2 - 1\right) \succ 2 \cdot 3 = 6,$ а это означает, что и на промежутке $(2;+\infty)$ заданное уравнение также не имеет решений. Итак, $x = 0,$ $x = 1$ и $x = -1$ только они являются решениями исходного уравнения.

Ответ: $x_1 = 0,$ $x_2 = 1,$ $x_3 = -1.$

Пример 2. Решить неравенство $\dfrac{1-x}{1+x} \prec 2^x.$

Решение: ОДЗ заданного неравенства есть все действительные x, кроме $x = -1.$ Разобьем ОДЗ на три множества: $-\infty \prec x \prec -1,$ $-1 \prec x \le 0,$ $0 \prec x \prec +\infty$ и рассмотрим неравенство на каждом из этих промежутков.

Пусть $-\infty \prec x \prec -1.$ Для каждого из этих x имеем $g(x)=\dfrac{1-x}{1+x}\prec 0,$ а $f(x)=2^x \succ 0.$ Следовательно, все эти x являются решениями заданного неравенства.

Пусть $-1\prec x\le 0.$ Для каждого из этих x имеем $g(x)=1-\dfrac{2x}{1+x}\ge 1,$ а $f(x)=2^x\le 1.$ Следовательно, ни одно из этих x не является решением заданного неравенства.

Пусть $0\prec x\prec +\infty.$ Для каждого из этих x имеем $g(x)=1-\dfrac{2x}{1+x}\prec 1,$ а $f(x)=2^x\succ 1.$ Следовательно, все эти x являются решениями заданного неравенства.

Ответ: $-\infty\prec x\prec -1,\quad 0\prec x\prec +\infty.$

Пример 3. Решить уравнение $\sin^5 x+\dfrac{1}{\cos^7 x}=\cos^5 x+\dfrac{1}{\sin^7 x}.$

Решение: Пусть x_0 есть решение заданного уравнения, тогда справедливы равенство $\dfrac{1}{\cos^7 x_0}-\cos^5 x_0=\dfrac{1}{\sin^7 x_0}-\sin^5 x_0$ и неравенства $|\sin x_0|\prec 1$ и $|\sin x_0|\prec 1.$ Из справедливости неравенств получаем, что левая часть равенства имеет тот же знак, что и $\dfrac{1}{\cos^7 x_0},$ т. е. тот же знак, что и $\cos x_0$, а правая часть — тот же знак, что и $\sin x_0$. Но так как $\sin x_0$ и $\cos x_0$ удовлетворяют равенству, то они имеют одинаковые знаки.

Перепишем равенство, в виде $\cos^7 x_0 \sin^7 x_0(\sin^5 x_0-\cos^5 x_0)=\cos^7 x_0-\sin^7 x_0.$ Применяя формулу сокращенного умножения $a^{2l+1}-b^{2l+1}=(a-b)(a^{2l}+a^{2l-1}b+\ldots+b^{2l}),$ перепишем это равенство в виде $(\sin x_0-\cos x_0)'f(x_0)=0,$ где

$$f(x_0)=(\sin x_0\cos x_0)^7(\sin^4 x_0+\sin^3 x_0\cos x_0+\ldots+\cos^4 x_0)+$$
$$+(\sin^6 x_0+\sin^5 x_0\cos x_0+\ldots+\cos^6 x_0).$$

Так как $\sin x_0$ и $\cos x_0$ имеют одинаковые знаки, то $f(x_0)\succ 0.$ Поэтому из равенства следует, что для любого решения уравнения справедливо равенство $\sin x_0=\cos x_0.$

Таким образом, любое решение исходного уравнения удовлетворяет уравнению $\sin x=\cos x.$ Очевидно, что любое решение этого уравнения есть решение исходного уравнения. Следовательно, данные уравнения равносильны друг другу. Решения последнего уравнения есть $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z,$ они и только они есть решения исходного уравнения.

Ответ: $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z.$

Использование данного метода возможно как при решении простейших примеров, не требующих дополнительных знаний и навыков, так и при решении задач повышенного уровня сложности, решение которых предполагает серьезное исследование функций. Простейшие примеры позволяют понять идею метода, обучение решению таких задач не требует больших затрат времени и их можно рассматривать в рамках базового курса математики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: Справочник. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. М.: Изд-во Факториал, 1997. – 219 с.

2. Камскова Т.В., Камсков В.М. Функционально- графический подход при решении уравнений школьного курса алгебры и начал анализа: учебное пособие/ Камскова Т.В., Камсков В.М., 2011. – 58 с.

3. ЕГЭ 2018. Математика. Решение задач. Сдаем без проблем!/ А.Р.Рязановский, В.В.Мирошин. – Москва: Эксмо, 2017. – 496 с.

4. Математика: Учебник-тест для подготовки к ЕНТ/ Е.М. Базаров. Алматы: ШЫҢ-КІТАП, 2013. – 388 с.

МАТЕМАТИКА САБАҚТАРЫНДА АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ПАЙДАЛАНУДЫҢ ТИІМДІЛГІ

Игисинова Жайна Жандарбековна
Тараз қаласы білім бөлімінің әдіскері,
Тараз қ., Қазақстан

Аннотация: *Бұл жұмыста математика сабағында жаңа ақпараттық технологияларды қалай тиімді қолдануға болады, сондай-ақ оның ерекшеліктері қандай деген сұрақтар қарастырылды. Қазіргі кезде қашықтықтан оқыту мәселесі оқу үрдісіндегі өте маңызды мәселелердің бірі екендігі барлығымызға мәлім. Ал, бұл мәселені шешудің бірден бір жолы ол оқу үрдісінде ақпараттық технологияларды тиімді пайдалану.*

Тірек сөздер: *Ақпараттық технологиялар, оқу үрдісі, математика сабағы.*

Қазіргі заман таланына сай, ортаның талаптары бойынша орындалып жатқан дәстүрлы білім беру жүйесін жаңа бағытқа сай, оқыту жүйесін құру мақсатында ақпараттық-коммуникациялық технологияларды (АКТ) қолданып, жаңаша білім беруге өзіміздің барлық мүмкіндігімізді пайдаланып, сабақтарды өткізуде тиімді етуге тырыстық. Осыған орай математика сабақтарында АКТ арқылы оқушылардың танымдық қабілеттерін дамыту қазіргі таңда, жүзеге асырылуда. Мектептегі білім беруді ақпараттандыру жаңалау – бұл заманға сай, ғасыр ағымы болып табылады. Ал әр білім мекемелері үшін өз оқушыларын дамытуда АКТ-ны пайдаланып, оқу жоспарына сай, білім беру жүйесін қалыптастыру нақты орындалатын бір мақсаттары болады.

Математика сабақтарында ақпараттық технологияларды қолдану оқушылар үшін өте пайдалы болуы мүмкін. Бұл оларға математикалық білімдерін іс жүзінде қолдана алатын және математикалық есептерді шешу дағдыларын дамыта алатын виртуалды ортада болуға мүмкіндік береді. Математика сабақтарында ақпараттық технологияларды қолданудың басты артықшылықтарының бірі-математикалық ұғымдарды визуализациялау мүмкіндігі. Компьютерлік бағдарламалардың немесе интерактивті тақталардың көмегімен функциялардың графиктерін көрсетуге, геометриялық фигураларды құруға, процестерді визуализациялауға және т.б. бұл студенттерге математикалық ұғымдар туралы жақсы түсінік береді және олардың ақпаратты қабылдауын жақсартады. Сонымен қатар, ақпараттық технологияларды қолдану интерактивті тапсырмалар мен оқу материалдарын жасауға мүмкіндік береді. Бұл онлайн-тесттер, автоматты тексеру тапсырмалары, математикалық жаттығулар веб-сайттары және т. б. түрінде болуы мүмкін.

Математика сабақтарында ақпараттық технологияларды қолданудың көптеген артықшылықтары болуы мүмкін және оқушыларды оқытуда пайдалы болуы мүмкін. Математика сабақтарында ақпараттық технологияны қолданудың бірнеше әдісі:

1. Математикалық ұғымдарды визуализациялау: GeoGebra немесе Desmos сияқты бағдарламалар мен қолданбаларды пайдалану студенттерге дерексіз математикалық ұғымдарды визуализациялауға және оларды оңай түсінуге мүмкіндік береді. Мысалы, функциялардың графиктерін құруға және олардың қасиеттерін талдауға, геометриялық фигураларды құруға және олардың сипаттамаларын зерттеуге болады.

2. Математикалық есептерді шешу: калькуляторлар мен компьютерлік бағдарламалар оқушыларға күрделі және көлемді математикалық есептерді тезірек және тиімдірек шешуге мүмкіндік береді. Олар сондай-ақ Алгебралық теңдеулерді шешу және күрделі математикалық манипуляциялар жасау үшін Mathematica немесе Maple сияқты символдық есептеу бағдарламаларын пайдалана алады.

3. Онлайн ресурстар мен оқулықтар: желі студенттерге математиканы үйренуге көмектесетін көптеген онлайн ресурстар мен оқулықтарды ұсынады. Олардың көпшілігі интерактивті материалдарды ұсынады, соның ішінде студенттерге өз дағдыларын үйренуге және тексеруге көмектесетін бейне сабақтар, тапсырмалар мен тесттер.

4. Байланыс және ынтымақтастық: Ақпараттық технологиялар арқылы оқушылар нақты уақыт режимінде өздері мен мұғаліммен байланысып, ынтымақтаса алады. Мысалы, олар электронды тақтаны идеялармен бөлісу және тапсырмаларды шешу үшін қолдана алады, сонымен қатар топтық жобалар мен тапсырмаларға қатыса алады. Бұл орарға, нақтырақ айтсақ оқушыларға бір – біріне деген достық сезімі артып, бірге үлкен мақсаттарға жетуге үлкен ықпалын жасайды.

5. Оқытуды даралау: бағдарламалар мен қосымшалар арқылы әр оқушыға олардың қажеттіліктері мен білім деңгейлерін ескере отырып, жеке білім беру жоспарлары мен тапсырмаларын жасауға болады. Бұл оқушылардың өз қарқынымен дамуына және жақсы нәтижелерге қол жеткізуге көмектеседі.

Алайда, математика сабақтарында ақпараттық технологияларды қолданған кезде теңдестірілген тәсіл мен дәстүрлі оқыту әдістерімен үйлесу қажеттілігін есте ұстаған жөн. Мұғалім тиісті технологияларды мұқият таңдап, оларды оқу процесіне тиімді түрде біріктіруі керек, осылайша олар математиканы оқытуды жақсартуға ықпал етеді.

Математика сабақтарында ақпараттық технологияларды қолдану оқу тиімділігін едәуір арттырып, оқушыларға материалды жақсы түсінуге және есте сақтауға көмектеседі. Оқу процесінде ақпараттық технологияларды қолданудың бірнеше әдісі бар, олар келесі түрде:

1. Интерактивті оқу материалдары: оқушыларға математикалық ұғымдарды үйренуге және компьютерлік бағдарламалар мен қосымшалар арқылы есептерді шешуге мүмкіндік беретін интерактивті, мультимедиялық оқу материалдарын жасау. Бұл геометриялық және алгебралық ұғымдарды түсіну үшін визуалды модельдерді қолдануды, интерактивті қосымшалардағы математикалық есептерді шешуді және математикалық процестерді зерттеу үшін модельдеуді қолдануды қамтуы мүмкін.

2. Ойындар мен басқатырғыштар: оқушыларға логикалық ойлауды, аналитикалық дағдыларды және мәселелерді шешуге көмектесетін компьютерде немесе планшетте математикалық ойындар мен басқатырғыштарды қолдану. Бұл оқушылар математикалық есептерді шешуі немесе басқатырғыштарды шешу жолдарын табуы керек ойын болуы мүмкін.

3. Интерактивті тақта: сыныпта интерактивті тақтаны пайдалану мұғалімге математикалық ұғымдарды көрсетуге және тақтада жаттығулар жасауға мүмкіндік береді. Оқушылар интерактивті тақтаны проблемаларды шешу, теңдеулерді шешу және есептерді шешу үшін қолдана алады. Бұл математикалық ұғымдардың визуалды көрінісін жасауға көмектеседі және оқушылардың назарын аударады.

4. Онлайн ресурстар: электрондық оқулықтар, бейне сабақтар, онлайн курстар және тесттер сияқты математиканы үйрену үшін онлайн ресурстарды пайдалану. Оқушылар бейне оқулықтарды қарау және онлайн тапсырмаларды шешу арқылы материалды өз бетінше оқи алады, ал мұғалімдер оқу материалын қолдау және кеңейту үшін онлайн ресурстарды пайдалана алады.

5. Компьютерлік бағдарламалар мен қосымшалар: оқушыларға есептерді шешуге, математикалық ұғымдарды визуализациялауға және талдауға көмектесетін арнайы математикалық бағдарламалар мен қосымшаларды қолдану. Мысалы, графикалық калькуляторлар мен графикалық бағдарламалар, теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешуге арналған бағдарламалар, геометриялық модельдеу бағдарламалары және басқалары. Осы әдістердің барлығы математика сабақтарын оқушылар үшін қызықты әрі қолжетімді етуге, сондай-ақ олардың ақпараттық технологияларды пайдалану дағдыларын дамытуға

мүмкіндік береді. Алайда, Ақпараттық технологиялар тек құрал екенін есте ұстаған жөн, ал мұғалімнің математикалық ұғымдарды түсіндірудегі және оқу процесін ұйымдастырудағы рөлі маңызды болып қала береді.

Жаңа ақпараттық технологияларды қолдана отырып, математика сабақтарында мектеп оқушыларының қабілеттерін арттыруға келесі жолдармен қол жеткізуге болады, олар:

1.Интерактивті білім беру бағдарламалары мен ойындарын пайдалану. Заманауи бағдарламалар мен ойындар оқушыларға математиканы интерактивті түрде үйренуге мүмкіндік береді, бұл оқуды қызықты әрі тиімді етеді.

2.Оқу процесіне мультимедиялық презентацияларды енгізу. Мультимедиялық презентациялар материалды жақсы есте сақтауға және оны тереңірек түсінуге ықпал ететін әртүрлі визуалды және дыбыстық эффектілерді пайдалануға мүмкіндік береді.

3. Онлайн ресурстар мен интерактивті оқулықтарды қолдану. Оқушыларды онлайн ресурстарға қосу және интерактивті оқулықтарды пайдалану оларға көптеген материалдар мен тапсырмаларға қол жеткізуге, оларды өз бетінше шешуге, жауаптарын тексеруге және кері байланыс алуға мүмкіндік береді.

4. Жобалық қызметке қатысу. Ақпараттық технологияларды қолдана отырып жобалармен жұмыс жасау оқушылардың дербестігін дамытуға, математикалық тұжырымдамаларды терең түсінуге және оларды практикада қолдануға ықпал етеді.

5. Математикалық есептерді шешу үшін компьютерлік бағдарламаларды қолдану. Оқушыларға күрделі математикалық есептерді шешуге, деректерді талдауға және графиктерді құруға көмектесетін арнайы бағдарламалар бар, бұл олардың құзыреттілігі мен дағдыларына деген сенімділігін арттыруға көмектеседі.

Математика сабақтарында жаңа ақпараттық технологияларды енгізу оқушылар үшін оқуды қызықты, қолжетімді және тиімді етуге көмектеседі. Бұл оларға материалды жақсы игеруге, логикалық ойлауды дамытуға, математикалық білімді іс жүзінде қолдануға және есептерді шешуде шығармашылықпен айналысуға мүмкіндік береді.

Мектеп сабақтарында жаңа технологияларды қолданудың артықшылықтары:

1.Мотивацияны жақсарту: жаңа технологиялар сабақтарды қызықты әрі тартымды етеді. Олар әртүрлі қолданбаларды, ойындарды және мультимедиялық ресурстарды көбірек тарту үшін пайдалана алады.

2. Интерактивтілік: интерактивті тақталар немесе топтық қосымшалар сияқты кейбір жаңа технологиялар оқушыларға сабаққа белсенді қатысуға мүмкіндік береді. Олар бірге жұмыс істей алады, идеялармен бөлісе алады, нақты уақыттағы мәселелерді шеше алады және кері байланыс ала алады.

3. Оқытуды жекелендіру: жаңа технологиялар оқушылардың жеке жұмысына мүмкіндік береді, мұғалімдер материалдар мен тапсырмаларды әр оқушының жеке қажеттіліктеріне бейімдей алады. Бұл оқытуды тиімдірек және әр оқушының нақты қажеттіліктеріне бейімдеуге көмектеседі.

4. Ақпаратқа қол жеткізу: заманауи технологиялар студенттерге кең және әртүрлі ақпарат көздеріне қол жеткізуге мүмкіндік береді. Олар білімдерін кеңейту үшін қосымша материалдар іздей алады, зерттеулер жүргізе алады, өзекті жаңалықтар мен ақпарат ала алады.

5. Болашақ дағдыларын дамыту: жаңа технологияларды қолдана отырып оқитын студенттер болашақта қажет болатын дағдыларды игереді. Компьютерлермен, интернетпен, цифрлық құралдармен және бағдарламалық жасақтамамен жұмыс істеу қазіргі әлемнің ажырамас бөлігі болып табылады және мұндай технологияларды сабақтарда пайдалану студенттерге осы дағдыларды дамытуға көмектеседі.

Сабақтарда жаңа технологияларды қолданудың көптеген артықшылықтары бар, бірақ технологияға қатты тәуелділікті болдырмау және мұғалімнің білім беру процесіндегі рөлін сақтау үшін теңдестірілген тәсіл қажет екенін есте ұстаған жөн.

Бейне материал арқылы математика сабағын өткізу өте тиімді әдіс болуы мүмкін. Міне, ол қалай көрінуі мүмкін:

Біріншіден, сабақты дайындау: мұғалім сабақ тақырыбын таңдап, тиісті бейне материалдарды іздейді. YouTube немесе онлайн курстар сияқты әртүрлі платформаларды пайдалануға болады.

Екіншіден, бейне материалды іске қосу: мұғалім сабақты сынып үшін бейне материалды іске қосу арқылы бастайды. Оқушыларға бейнелерді көретіндерін түсіндіруге болады, содан кейін оларда сұрақтар немесе тапсырмалар болады.

Үшіншіден, бейнені талдау және талқылау: мұғалім мен оқушылар бейне материалдың мазмұнын бірге талдап, оны талқылай алады. Мұғалім күрделі ұғымдарды немесе формулаларды толығырақ түсіндіру үшін бейнені белгілі бір нүктелерде тоқтата алады.

Төртіншіден, сұрақтар мен пікірталас: Мұғалім бүкіл бейне материалында оқушыларға сұрақтар қоя алады және сыныппен пікірталас өткізе алады. Бұл материалды түсінуді нығайтуға және туындаған мәселелерді шешуге көмектеседі.

Бесіншіден, практикалық тапсырмалар: бейнені көргеннен кейін мұғалім оқушыларға түсініктері мен дағдыларын тексеру үшін практикалық тапсырмалар бере алады. Материал тест немесе оқу жұмысы түрінде ұсынылуы мүмкін.

Алтыншыдан, қорытындылау: мұғалім сабақ туралы сыныппен пікірталас жүргізе алады, қандай сұрақтар немесе қиындықтар туындағанын нақтылай алады және талқылай алады. Ол сонымен қатар материалды одан әрі зерттеу бойынша ұсыныстар бере алады және те тағыда солай.

Жалпы, бейне материал арқылы математика сабағын өткізу оқытудың интерактивті және тиімді әдісі болып табылады. Бейне материалды визуализациялауға көмектеседі, сонымен қатар пікірталастар мен практикалық тапсырмаларды орындауға мүмкіндік береді. Бұл әдіс үйде математиканы өз бетінше үйрену үшін де пайдалы болуы мүмкін.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Әбілқасымова А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі. – Алматы: Мектеп, 2014. – 224 б.
2. Баймұқанов Б. Математиканы оқыту барысында төменгі сынып оқушыларының логикалық ойлауын дамыту әдістемесі. – Алматы: Отан, 2020. – 202 б.
3. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі. – Алматы: Дәуір, 2013. – 368 б.

ЕКІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ ОҢ АНЫҚТАЛҒАНДЫҒЫ

Изтилеуова Акбота Саматовна
М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университетінің магистранты,
Ғылыми жетекшісі – *Игисинов Сабит Жандарбекович*
Тараз қ., Қазақстан

Аннотация: *Бұл жұмыста екінші ретті дифференциалдық операторлдың оң анықталғандығы көрсетілген. Жұмыстың нәтижесі теориялық тұрғыдағы маңызға ие және дифференциалдық операторларды зерттеуде маңызды болып табылады.*

Тірек сөздер: *Штурм-Лиувилль операторы, шенелген облыс, Гильберт кеңістігі, симметриялылық, оң анықталғандық.*

Оң анықталған операторлар класының маңыздылығы туралы айтар болсақ, математикалық физиканың көптеген маңызды есептері сәйкес келетін операторлар таңдап алынған кеңістіктерінде оң анықталған болып келеді. Оң анықталған операторлардың меншікті сандары әруақытта оң болады, сондықтан олардың қосындысы да әрқашан нөлден өзгеше. Бұл мәселе өз кезегінде теңдеудің қажетті шешімін табуда маңызды роль атқарады. Сол сияқты статистикалық оператор оң анықталған, яғни оның теріс меншікті мәндері болмайды. Ал Бубнов-Галеркин әдісі бойынша тұрғызылған жуық шешімдердің дәл шешімге жинақтылық мәселесі оң анықталған опреатор үшін дәл осындай Ритц процесінің мәселесіне алып келеді. Сондықтан мұны жеке қарастырудың қажеті болмайды. Сонымен қатар сызықты алгебрада кез келген оң анықталған квадраттық форманы диагональді түрге келтіруге болатындығы дәлелденеді. Квадраттық формалардың оң анықталғандығы оның бас диагоналінде орналасқан элементтердің оң болатындығын көрсетеді.

Диффереціалдық теңдеулерге келетін болсақ, жалпы теорияда екінші ретті теңдеулер ерекше орын алады. Дифференциалдық теңдеулер теориясының классикалық есебімен салыстырғанда дифференциалдық операторлар теориясы көптеген жаңа ұстанымдағы есептерді қоюға және оларды шешуге мүмкіндік ашады. Мысалы, сызықтық емес операторлар үшін оның қозғалмайтын нүктелер жиынының құрылымын оқып – үйрену және оның аймағындағы оператордың әсері, сонымен қатар осы ерекше нүктелердің классификациясы, сол сияқты берілген дифференциалдық оператордың ауытқуы кезіндегі қалыптылығы туралы мәселелерді қарастыру қатты қызығушылық туғызуда. Ал, сызықтық операторлар үшін жоғарыда сызықтық емес операторлар үшін қарастырған есептерден бөлек дифференциалдық операторлардың спектрлерін сипаттау және зерттеу есептері, резольвенталарын құру, меншікті функцияларын және оған қосылатын функциялардың толықтығын, меншікті сандарын берілген оператордың сызықтық немесе сызықтық емес ауытқуларын оқып үйрену есептерін зерттеу тән.

Айтылған есептер жай дифференциалдық және симметриялық дифференциалдық өрнектерден туындайтын эллиптикалық дифференциадық операторлар үшін гильберт кеңістігіндегі өзіне – өзі түйіндес операторларды зерттеуге байланысты өте маңызды. Дербес жағдайда осы операторлар үшін спектралдық теоремалар және симметриялық оператордың кеңейтілуін зерттеумен байланысты мәселелер қарастырылады.

$C_0^2[a,b]$ жиынында екінші ретті дифференциалдық операторды қарастырайық:

$$L_0 u = u'' + q(x)u\,,\ u(a) = u(b) = 0,\ u \in C_0^2[a,b] \tag{1}$$

L_0 операторының $L_2(R)$ кеңістігінде оң анықталғандығын көрсетеміз.

Анықтама 1. А операторын L_2 кеңістігінде симметриялы оператор деп атаймыз, егер

$$(Au,v)=(v,Au),\ u,v\in D(A),$$

мұндағы $(\cdot,\cdot)$ – L_2 кеңістігіндегі скалярлық көбейтінді.

Анықтама 2. Симметриялы А операторын оң анықталған дейміз, егер

$$(Au,u)\ge \varepsilon\|u\|_2^2$$

болса, мұндағы $\varepsilon>0$, (Au,u) - скалярлық көбейтінді.

Теорема 1. Айталық $q(x)\ge 1$, онда L_0 операторы L_2 кеңістігінде симметриялы болады.

Дәлелдеуі. Теореманы дәлелдеу үшін келесі скалярлық көбейтіндіні қарастырамыз:

$$(L_0u,v)=\int_a^b(-u''+q(x)u)vdx=-\int_a^b u''vdx+\int_a^b q(x)uvdx \qquad (2)$$

(2)-ші теңдіктегі бірінші интегралды бөліктеп интегралдаймыз:

$$J=-\int_a^b u''vdx=-\int_a^b vdu'=-vu'\Big|_a^b+\int_a^b u'dv=$$

$$=-[v(b)u'(b)-v(a)u'(a)]+\int_a^b u'dv$$

мұндағы $v(b)=v(a)=0$, сол себепті

$$-[v(b)u'(b)-v(a)u'(a)]=0. \qquad (3)$$

Осыдан

$$J=-\int_a^b u''vdx=\int_a^b u'dv \qquad (4)$$

(4)-ші теңдіктегі оң жақтағы интегралды тағы да бөліктеп интегралдаймыз:

$$-\int_a^b u''vdx=\int_a^b u'dv=\int_a^b v'du=v'u\Big|_a^b-\int_a^b udv'=-\int_a^b v''udx \qquad (5)$$

мұндағы $v'u\Big|_a^b=0$ (жоғарыдағы (3)-ші теңдікке сәйкес).

(5)-ші теңдікті пайдаланып, (2) теңдіктен төмендегіні аламыз:

$$(L_0u,v)=\int_a^b(-u''+q(x)u)vdx=-\int_a^b(-v''+q(x)v)udx \qquad (6)$$

Демек, L_0 операторы симметриялы.

Теорема дәлелденді.

Теорема 2. L_0 операторы $q(x)\ge 1$ болғанда оң анықталған оператор болады.

Дәлелдеуі. Ол үшін төмендегі скалярлық көбейтіндіні қарастырайық:

$$(L_0u,u)=\int_a^b(-u''+q(x)u)udx=-\int_a^b u''udx+\int_a^b q(x)u^2dx \tag{7}$$

Бірінші интегралды бөліктеп интегралдаймыз, сонда

$$-\int_a^b u''udx=-\int_a^b udu'=-uu'\Big|_a^b+\int_a^b u'du$$

мұндағы $--uu'\Big|_a^b=0$. Сонымен

$$-\int_a^b u''udx=\int_a^b u'du=\int_a^b (u')^2dx\geq 0 \tag{8}$$

(8)-ші теңсіздікті (7)-ші теңдікке қоямыз, сонда

$$(L_0u,u)=\int_a^b(u')^2dx+\int_a^b q(x)u^2dx\geq\|u\|_2^2$$

болатындығын аламыз, яғни

$$(L_0u,u)\geq\|u\|_2^2.$$

Теорема дәлелденді.

Сонымен бұл жұмыста төменде берілген екінші ретті дифференциалдық оператордың оң анықталғандығы көрсетілді

$$L_0u=u''+q(x)u$$

Кез-келген сызықты операторларға байланысты қасиеттер бұл оператор үшін де орындалады. Осы қасиеттермен қатар, оның өзіне тән қасиеттері де бар. Сол қасиеттерінің арқасында оның математикада, соның ішінде математикалық физикада алатын орны өте зор.

Мұнда ескеретін жағдай: егер оператор оң анықталған болса, онда ол әруақытта оң болады, ал керісінше орындала бермейді. Жоғарыда атап өткеніміздей оператордың оң анықталғандығы меншікті сандар туралы кейбір мәліметтерді анықтауға мүмкіндік береді. Бірақ оларды дәл анықтау үшін қосымша әдіс-тәсілдерді қолдану қажет. Бұл нәтиже маңызды болғанымен, бұдан бөлек басқа да мәселер туындайды, ал бұл жұмыс соларды шешуге алғашқы қадамдардың бірі болып табылады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака. – М.: Наука. – 1988.
2. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.2 – М.: Изд-во Мир, 1978. – 396 с.
3. Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1965.
4. Everitt W.N. Girtz M. On some properties of the powers of a formally seet-adjoint differential expression // Proc. London Math. Soc. – 1971. – V.23(3). – P.301-324.
5. Отелбаев М.О. Оценки спектра оператора Штурма-Лиувилля. – Алматы: Ғылым, 1990. – 191с.
6. Мұратбеков М.Б. Мүсілімов Б.М. Штурм-Лиувилль операторының бөліктенуі туралы . – Тараз: ТарМПИ, 1998. – 80б.
7. Мұратбеков М.Б. Мүсілімов Б.М. Функционалдық анализдің кейбір қолданыстары. – Тараз: ТарМПИ, 2012. – 132б.

ОРТА МЕКТЕПТЕГІ МАТЕМАТИКА САБАҒЫНДА БАҒАЛАУ ҮРДІСІ

Ильясова Сандугаш Бактияровна
М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университетінің студенті,
Ғылыми жетекшісі – *Игисинова Жазира Кайратовна*
Тараз қ., Қазақстан

Аннотация: *Білім алушылардың білімін, дағдыларын және алған білімдерін тексеру және бағалау оқу үрдісінің маңызды құрылымдық құрамдас бөлігі болып табылады. Бағалау үрдісі жүйелі және берік оқыту принциптеріне сәйкес оқудың бүкіл кезеңінде жүзеге асырылуы керек. Бағалау мәселесінің өзектілігі соңғы кездері оқытудың практикалық рөлін жүзеге асыруда белгілі бір жетістіктерге жетуімен байланысты, соның арқасында бағалау аясы кеңейді, оқу-педагогикалық үдеріске оң әсер ету мүмкіндіктері артты.*

Тірек сөздер: *Бағалау, бағалау түрлері, математика сабағы, орта мектеп.*

Оқушылардың білімі мен дағдыларын бағалау оқу үрдісінің маңызды бөлігі болып табылады, оны дұрыс жүзеге асыру көбінесе оқытудың табыстылығын анықтайды. Әдістемелік әдебиеттерде бағалау – мұғалім мен оқушы арасындағы «кері байланыс» және «рефлексия» деп аталатын, мұғалімнің пәнді оқытудың тиімділігі туралы ақпарат алатын оқу үрдісінің кезеңі деп жалпы қабылданған.

Кез келген пәнді оқыту үрдісіндегі басты кейіпкер – білім алушы. Оқу үрдісі дегеніміздің өзі оқушылардың білім мен дағдыны жеткілікті меңгеруі болып табылады, сондықтан сабақта болып жатқанның бәрі, оның ішінде бақылау іс-әрекеті де оқушының өз алдына қойған мақсатына сай болуы керек. Бағалауды оқушылар тек мұғалімге ғана қажет нәрсе ретінде емес, оқушының алған біліміне бағыт-бағдар беріп, білімі мен дағдысының талапқа сай екендігіне көз жеткізе алатын кезең ретінде қабылдауы керек. Сондықтан мұғалімнің мақсатына оқушының мақсатын байланыстыра білу керек: алған білімдері мен дағдыларының талапқа сай екендігіне көз жеткізу. Мысалы, нәтижелерді тексеріп, баға қоюды оқушылардың өздері жасай алады. Бұл тексеру нысанымен олар бақылаудың маңыздылығын сезінеді.

Қазақстан мектептерінде оқушылардың үлгерімін бағалау үшін әртүрлі бағалау түрлері қолданылады. Бағалаудың бұл түрлеріне мыналар жатады:

1. Портфолио: Портфолио – бұл оқушының немесе студенттің белгілі бір уақыт ішінде жасаған жұмыстары, жобалары мен тапсырмаларының жиынтығы. Портфолионы бағалау мұғалімдерге оқушының жалпы жетістіктері мен оқу жетістіктерінің әртүрлілігін бағалауға мүмкіндік береді.
2. Ауызша бағалау: ауызша бағалау ауызша тексерулер, сұрақтарға жауаптар, презентациялар және оқушылардың басқа монологтары түрінде жүзеге асырылады. Бұл ауызша қарым-қатынас пен білім деңгейін бағалауға мүмкіндік береді.
3. Жазбаша бағалау: жазбаша бағалау тесттер, эсселер, бақылау жұмыстары және басқа жазбаша тапсырмалар арқылы жүзеге асырылады. Бұл оқушылардың жазбаша дағдылары мен білім деңгейін бағалауға мүмкіндік береді.
4. Практикалық бағалау: практикалық бағалау зертханалық жұмыстар, сызбалар, жаттығулар және т. б. сияқты тәжірибеде көрсетілуі мүмкін дағдыларды бағалайды.
5. Жобаға негізделген бағалау: бағалаудың бұл түрі оқушылардың жобаларда жұмыс істеу, зерттеу жүргізу және нәтижелерін ұсыну қабілетін бағалайды.

6. Сыртқы тестілермен бағалау: Қазақстанда ҰБТ (Ұлттық бірыңғай тестілеу) және мектеп түлектерінің білім деңгейін бағалайтын басқа да ұлттық тесттер мен емтихандар өткізіледі.

7. Жиынтық бағалау: жиынтық бағалау оқу кезеңінің соңында (мысалы, тоқсан қорытындысы бойынша) оқушының жалпы жетістіктерін анықтау үшін қолданылады. Әдетте бұл 0-ден 10-ға дейінгі сандық бағалар немесе әріптік бағалар ретінде ұсынылады (өте жақсы, жақсы, қанағаттанарлық, қанағаттанарлықсыз және т.б.).

8. Формативті бағалау: Формативті бағалау оқу жылындағы оқушылардың үлгерімі мен оқуын бағалау үшін қолданылады. Бұл бағалау міндетті түрде сандық мәндермен көрсетілмейді және көбінесе ауызша бағалау, түсініктемелер және жақсартуға арналған ұсыныстар ретінде ұсынылады. Қазіргі таңда көбіміз түсіне бермейтін бағалау түрі ол, формативті бағалау. Формативті бағалау (немесе кері байланысты бағалау) – бұл оқушылардың үлгерімін бағалау және оқу нәтижелерін жақсарту үшін оларға кері байланыс беру мақсатында оқу процесінде жүргізілетін бағалау түрі. Формативті бағалаудың негізгі мақсаты – оқушының материалды қаншалықты жақсы меңгергенін анықтау ғана емес, сонымен қатар оған оқу үрдісінде көмектесу.

Бағалаудың барлық осы түрлері оқушылардың үлгерімі мен дамуын бағалау үшін маңызды және оларды Қазақстан мектептерінде әртүрлі үйлесімде және әртүрлі мақсаттарда пайдалануға болады.

Қазақстандағы «Күнделік» білім беру жүйесінде бағалау (немесе балдық жүйе) оқушылардың білім деңгейін бағалау және оқу жетістіктерін бағалау үшін енгізілді. «Күнделік» бағалауы 10 балдық бағалау шкаласын пайдалануды көздейді.

2020-2021 оқу жылынан бастап оқушыларды бағалау қалыптастырушы (формативті) және жиынтық бағалауды білдіретін критериалды бағалау жүйесі бойынша жүргізіледі:

Формативті бағалау – бұл бағалау түрінде, оқушылардың ағымдағы үлгерімі туралы кері байланысты (түсініктемерлер және ұсыныстар) ретінде көрсету мақсатында, оқушылардың үлгерімін жақсарту мақсатында оқушыларға арналған бағалау түрі. Формативті бағалау 10 балдық жүйе форматында өтеді. [6, Б. 97]

Жиынтық бағалау – белгілі бір кезең аяқталғаннан кейін баллмен есептелетін (БЖБ) және оқу бағдарламасының бөлімдерді бойынша (ТЖБ) бағаланатын бағалау түрі. [6, Б. 98]

Критериалды бағалау – бағалаушы (мысалы, мұғалім) оқушының жұмысын, тапсырмасын, жобасын немесе өнімділігін бағалау үшін белгілі бір критерийлер мен стандарттарды қолданатын бағалау әдісі. Бағалаудың бұл әдісі орындалған жұмыстың сапасын объективті бағалауға және қандай нәтижелер жақсы, қанағаттанарлық немесе қанағаттанарлықсыз деп саналатыны туралы нақты үміттер қоюға мүмкіндік береді. «Критериалды бағалау» терминін алғаш рет Роберт Юджин Глейзер (1963) қолданған және бұл термин оқушылардың оқу жетістіктерінің қол жеткізген және потенциалды деңгейлері арасындағы сәйкестікті анықтауға мүмкіндік беретін үдерісті сипаттайды.

Критериалды бағалаудың негізгі белгілеріне мыналар жатады:

1. Критерийлер: бағалаушы бағалау үшін қолданылатын критерийлерді алдын ала анықтайды. Критерийлер күтілетін нәтижелердің нақты және нақты сипаттамалары болып табылады. Мысалы, критерийлер «керемет» жұмыс деп саналатын және онда қандай нақты сипаттамалар болуы керек екенін нақты анықтауды қамтуы мүмкін.

2. Стандарттар: критерийлер білім беру органдары немесе институттар белгілеген белгілі бір стандарттарға немесе деңгейлерге байланысты болуы мүмкін. Бұл бағалаудың біркелкілігін қамтамасыз етеді және оқушылар мен мұғалімдерге белгілі бір нормаларға қатысты жұмысты бағалауға көмектеседі.

3. Объективтілік: критериалды бағалау объективті бағалауға ықпал етеді, өйткені бағалаушы субъективті пікірлерге емес, белгіленген критерийлер мен стандарттарға назар аударады.

4. Кері байланыс: бағалаудың бұл әдісі оқушыға немен сәтті болғаны және қандай аспектілерді жақсарту керектігі туралы Кері байланыс беруге мүмкіндік береді.

5. Ашықтық: критериалды бағалау бағалау процесін студенттер үшін де, бағалаушылар үшін де ашық және түсінікті етеді.

Дескриптор (Standard) – білім алушының белгілі бір тапсырма бойынша орындалған жұмысының деңгейін немесе сапасын сипаттайтын тұжырым. Дескриптор – оқушының ең жақсы нәтижеге жетудегі әрбір қадамының жетістігі.

«Бағалау үрдісін жүргізу кезінде қалай дескриптор қоямыз, қалай бағалаймыз?» деген сұрақтарға жауап алу үшін математикалық есептерді мысалға алып көрейік.

1-есеп. Арифметикалық прогрессияның n-ші мүшесінің формуласын жазыңдар: $\frac{3}{2}; \frac{6}{3}; \frac{9}{4}; \frac{12}{5}; \frac{15}{6}; \frac{18}{7}; \ldots$

Бұл есепке алдымен дескриптор құрастырып алайық:

Дескриптор:

Берілген тізбектің заңдылығын анықтап, формуласын жазады.

$$a_n = \frac{3n}{n+1}$$

Яғни, бұл есеп қарапайым болғандықтан 1 баллмен бағаласақ болады.

2-есеп. 11,2; 10,8; ... арифметикалық прогрессияның оң таңбалы мүшелерінің қосындысын табыңыз?

$a_1 = 11{,}2; \quad a_2 = 10{,}8$

$d = 10{,}8 - 11{,}2 = -0{,}4$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$11{,}2 - 0{,}4(n-1) > 0$$
$$11{,}2 - 0{,}4n + 0{,}4 > 0$$
$$-0{,}4n > -11{,}6$$
$$n < 29$$

$n = 28$

$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$

$S_{28} = \frac{2 \cdot 11{,}2 - 0{,}4(28-1)}{2} \cdot 28 = (22{,}4 - 0{,}4 \cdot 27) \cdot 14 = 162{,}4$

Дескриптор:

1. Тізбектің 1-ші және 2-ші мүшелерін қолданып, арифметикалық прогрессияның айырымын табады;
2. Арифметикалық прогрессияның мүшесін табу формуласын жазады;
3. Шартта көрсетілгендей оң таңбалы мүшелер санын анықтайды;
4. Арифметикалық прогрессияның қосындысын табады.

Дескрипторға сәйкес бұл есепті 4 баллмен бағаласақ болады.

3-есеп. Өрнекті ықшамдаңыз: $\left(\frac{sin\alpha}{1+cos\alpha} + \frac{sin\alpha}{1-cos\alpha}\right) \cdot sin2\alpha$

$$\left(\frac{sin\alpha}{1+cos\alpha} + \frac{sin\alpha}{1-cos\alpha}\right) \cdot sin2\alpha = \frac{sin\alpha - sin\alpha cos\alpha + sin\alpha + sin\alpha cos\alpha}{(1+cos\alpha)(1-cos\alpha)} \cdot sin2\alpha$$
$$= \frac{2sin\alpha \cdot sin2\alpha}{1-cos^2\alpha} = \frac{2sin\alpha \cdot 2sin\alpha cos\alpha}{sin^2\alpha} = 4cos\alpha$$

Дескриптор:

1. Жақшадағы өрнекті есептейді, ортақ бөлімге келтіріп қосуды орындайды;
2. Ұқсас мүшелерді біріктіріп, арифметикалық амалдарды орындайды;
3. Тригонометриялық қос бұрыштың формуласын жазады;
4. Тригонометриялық негізгі тепе-теңдік формуласын ашып жазады;

5. Өрнекті ықшамдайды.

Бұл есепті 5 баллмен бағалауға болады екен. Тағы да басқа есептерді жоғарыда көрсетілгендей дескриптор құру арқылы бағалау ұйымдастыруға болады.

Орта мектепте балаларда негізгі білім дағдылары ғана емес, сонымен қатар оқу іс-әрекетінің дағдылары, сондай-ақ танымдық қызығушылық пен оң мотивацияны орнатуы құрылады. Сондықтан бақылау-бағалау қызметі тек оқушылардың оқу жұмысын басқара отырып, игеру және өзін-өзі басқару үшін ғана емес, сонымен қатар оларда бастауыш сынып оқушысының барлық оқу іс-әрекетінің сәттілігіне байланысты тұрақты оң оқу мотивациясын қалыптастыру үшін қажет. Қазіргі бастауыш мектепте бағалаудың бүкіл үрдісі күрделі және жауапты, өйткені ол бастауыш сынып оқушысының жеке басының қалыптасуына және оның оқу іс-әрекетінің тәжірибесіне тікелей әсер етеді. Мұғалім баллдардың объективті өлшенген мөлшерін ғана емес, сонымен бірге бұл белгінің оқушыға әсерін дәл көріп, болжауы керек. Салмақ тек бағалаудың өзінде ғана емес, сонымен қатар оның қалай берілетіндігінде. Сауатты мұғалім салтанатты түрде сынып алдында оқушының жұмысындағы кішігірім және елеусіз жетістіктерді атап өтеді және кемшіліктерді қалай түзетуге болатындығына назар аудара отырып, кездейсоқ атап өтеді.

Балаға деген кез-келген бағалау достық қарым-қатынасқа негізделуі керек. Мұғалім қысқа, бірақ оқушыға әлі жеңе алмаған қиындықтарды талдауға, мұның не әкелетінін түсіндіруге, оң нәтижеге жетуге болатынын түсіндіре алуы керек. Мұғалім қанағаттанарлықсыз бағалау оқуға теріс әсер ететінін, оқушының мазасыз жағдайын, өзіне наразылығын тудыратынын және зерттелетін пәнге деген қызығушылыққа кері әсер ететінін есте ұстауы керек. Психологтардың зерттеулері көрсеткендей, бағалау нәтижесінде пайда болған жағымсыз эмоциялар бір жағдайда күштерді жұмылдырады, екінші жағдайда оларды ұйымдастырмайды. Сондықтан мұғалім оқушылардың білімін объективті бағалау үшін олардың жеке ерекшеліктерін жақсы білуі керек.

Білімді бақылау және бағалау процесінде маңызды психологиялық-педагогикалық принцип объективтілік болып табылады, өйткені барлық бақылаудың тиімділігі оған байланысты. Бақылау мұғалім мен оқушының толыққанды өзара әрекеттесуін ұйымдастыруды ынталандырады, оқу іс-әрекетінің барысын объективті бағалауға және нәтижені қойылған міндеттермен, дұрыс ұйымдастырылған бақылау мен объективтілікпен салыстыруға мүмкіндік береді. Бағалау үрдісі білім алушыларға өз жұмысын бағалауға, олардың жетістіктеріне қанағаттану сезімін оятуға мүмкіндік береді, танымдық қызығушылықты арттырады және жаңа білімді игеруге деген ұмтылысты арттырады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. «2023-2024 оқу жылында Қазақстан Республикасының орта білім беру ұйымдарындағы оқу-тәрбие процесінің ерекшеліктері туралы» әдістемелік нұсқау хат. – Астана: Ы. Алтынсарин атындағы ҰБА, 2023.
2. Өтепбергенова З.Д. Педагогикалық психология. Оқу құралы. 2015.
3. https://kundelik.zendesk.com/hc/en-us/articles/360010287418
4. Жаһандану жағдайында ұлттық білім беру жүйесін дамыту Халықаралық ғылыми «Алтынсарин оқулары» конференциясының материалдары Астана 2020ж.

«АЛҒАШҚЫ ФУНКЦИЯ ЖӘНЕ ИНТЕГРАЛ» ТАРАУЫН ФИЗИКАЛЫҚ ҚҰБЫЛЫСТАРМЕН БАЙЛАНЫСТЫРЫП ОҚЫТУДЫҢ МАҚСАТЫ

Ондашов Нұрболат Даутбайұлы
Қорқыт ата атындағы Қызылорда университеті
Қызылорда қ., Қазақстан
Ғылыми жетекші: **Мұқұшев Базарбек Агзашұлы**,
С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университетінің профессоры,
педагогика ғылымдарының докторы

Аннотация: *Мақалада «Алғашқы функция және интеграл» тарауын физикалық құбылыстармен байланыстырып оқыту қарастырылған. Тарауды физикалық құбылыстармен байланыстырып оқытудың мақсаты негізделіп, зерттеудің тиімділігіне әсер ететін факторларды анықтаудың сипаттамасы берілген. Теориялық материалдарды ұсынудың оңтайлы әдіс-тәсілдерін қолдану жолдары анықталып, оқытудағы практикалық мәселелерді шешуге әсер ететін құралдар ұсынылған. Жүргізілген зерттеу нәтижесін білім алушылардың алгебра пәні бойынша «Алғашқы функция және интеграл» тарауын физикалық құбылыстармен байланыстырып оқыту негізінде қолдануға болады.*

Тірек сөздер: *алғашқы функция, интеграл, дифференциалдау амалы, физикалық құбылыс.*

Аннотация: *В статье рассматривается преподавание главы «Основные функции и интегралы», связывая ее с физическими явлениями. В основу главы положены цели обучения в связи с физическими явлениями, дано описание факторов, влияющих на эффективность исследований. Определены способы использования оптимальных методов подачи теоретического материала и представлены инструменты, влияющие на решение практических задач в образовании. Результаты проведенного исследования можно использовать на основе обучения студентов предмету алгебра, связав главу «Первая функция и интеграл» с физическими явлениями.*

Ключевые слова: *первая функция, интеграл, метод дифференцирования, физическое явление.*

Қазақстандық және әлемдік қоғамдастық дамуының қазіргі кезеңі ғылымның ілгерілеуімен, жаңа техникалық идеялардың жоғары өзектілігімен, адамның практикалық іс-әрекетінің көптеген түрлерінде математикалық әдістердің жан-жақты қолданылуымен сипатталады. Математика бізді қоршаған табиғи, әлеуметтік - экономикалық және басқа құбылыстарды зерттеудің жалпы және жеткілікті дәл әдістері мен модельдерін ұсынады. Математикалық білімнің кең ауқымы қазіргі уақытта адамның жалпы мәдениетінің элементіне айналуда[1].

Мектепте «Алғашқы функция және интеграл» тақырыбы тереңінен оқытылады. Алғашқы функция ұғымының анықтамасы беріледі, оның негізгі қасиеті және алғашқы функцияны табудың ережелері қарастырылады. «Интеграл» ұғымы қисық сызықты трапецияның ауданын табумен, интегралды жуықтап есептеумен, Ньютон-Лейбниц формуласымен байланысты[2]

Мектепте анықталмаған интеграл ұғымын енгізу ерекшелігін қарастыру арқылы оқушылардың танымдық қабілетін жетілдіруді көрсетейік. Әрбір сабақта оқушылардың арнаулы бейімділігі мен қызығушылығын, қабілетін ескере отырып, оқу процесін әдістемелік жағынан қамтамасыз етіледі. Берілген материалдың әрбір тақырыбының өткен материалдармен байланысты екеніне көз жеткізіп отыру қажет[3]

"Интеграл" тақырыбын зерттеуді ұйымдастырған кезде оқытудың сәттілігіне әсер ететін бірқатар факторларды ескеру қажет.

1. Ғылыми, сабақтастық және оны ұсынудың қол жетімділігі принциптерін біріктіре отырып, теориялық материалды мұқият таңдау қажет. Оқушыларда математикалық аппараттың формулаларын, ережелері мен теоремаларын тұжырымдау және дәлелдеу үшін қажет болмағандықтан, мектеп математика курсында интегралды зерттеу кезінде ғылыми принципті толық жүзеге асыру мүмкін емес. Бірақ оқу процесінде балалар интеграция процесі мен оның заңдылықтары туралы дұрыс түсінік қалыптастыруы керек.

2. Студенттерге теориялық материалды ұсынудың оңтайлы әдісін таңдау маңызды. Теорияны ұсыну кезінде сыныптың және әр оқушының математикалық дайындығының жалпы деңгейін, балалардың психологиялық және жас ерекшеліктерін, олардың ойлауын ескеру қажет. Оқыту мүмкіндігінше қызықты, қол жетімді, жүйелі және дәйекті түрде жүргізілуі керек.

3. Жаттығулар мен тапсырмалар жүйесін негізгі ұғымдарды, формулалар мен қасиеттерді игеруге, балаларда сыни ойлау мен талдау қабілетін дамытуға жақсы жағдай жасау үшін құру керек. Бұған практикалық міндеттер, зерттеу және дәлелдеу міндеттері айтарлықтай ықпал етеді.

4. Оқытуды қол жетімді және көрнекі етіңіз. Материалды жақсы түсіну және есте сақтау үшін, зерттелетін процестер ұғымдарын визуализациялау үшін сабақтарда көрнекіліктің әртүрлі түрлерін қолдану қажет (модельдер, сызбалар, диаграммалар, графиктер, кестелер, түрлі бағдарламалар көмегімен құрылыстар және т.б.)[4].

Мектепте алгебра пәні бойынша ең қиын тақырыптардың бірі - "Интеграл". Интегралды теориялық және практикалық қолдану мәселелері, осы тақырыпты оқыту әдістері әрдайым көптеген ғалымдардың кең зерттеу объектісі болды. Шын мәнінде, математикалық талдаудың бастапқы ұғымдары мен әдістерін зерттеу мектептің барлық оқушыларының дамуы үшін үлкен маңызға ие, бірақ сонымен бірге педагогикалық практика мектепте "интегралды" оқыту кезінде туындайтын проблемалар азаймайтынын көрсетеді. Осы тақырып бойынша көптеген оқушылардың білімі тек формальды, механикалық. Оларда білім құрылымы жоқ, "Интеграл" ұғымы туралы толық түсінік қалыптаспайды, есептерді шешу дағдылары дамымаған. Барлық проблемалар мен қиындықтардың себептері оқулықтарда берілген ұғымдардың шындықтан "алыстауының" жоғары дәрежесі, олардың анықтамалары мен дәйектілігінің күрделі логикалық құрылымы, түсінуге жеткіліксіз уақыт және басқа факторлар болып табылады. Сондықтан орта мектепте "интеграл" бөлімін толыққанды сәтті зерттеу оқу мақсаттарын дұрыс қоюмен, теориялық және дидактикалық материалдардың мазмұнын мұқият таңдаумен, әдістемелік әдістермен және осы тақырыптың ерекшеліктерімен байланысты барлық мәселелерді шешуге байланысты[5].

Интеграл тақырыбын екі әдіспен оқытуға болады:

1. Мектеп оқулығындағы берілген ретпен оқыту.
2. Жоғарғы оқу орнында интегралды оқыту ретімен оқылады.

«Интеграл» тақырыбын оқыту мына сияқты төрт түрлі мақсатқа жетуді көздейді:

- Білімдік-бағдарламаға сәйкес математикалық білім, білік және дағдылардың белгілі бір көлемін оқушылардың игеруі;
- Тәрбиелік шынайы ғылым дүниетанымдық көзқарасты, жоғарғы ізгі игіліктер мен сапаларды, еңбекке дайын болу және тағы басқа қасиеттерді қалыптастыру;
- Дамытушылық-логикалық құрылымдар мен ойлаудың математикалық стилін дамыта түсу;

- Оқушылардың меңгерген теориялық білімдерін нақтылы жағдайларда практикалық есептерді және т.б. мәселелерді шешуде қолдана білу біліктерін қалыптастыру[6].

Интеграл мектеп оқушылары үшін таныс емес ұғым болғандықтан оларға интегралдау тарихынан қысқаша мағлұмат бере кеткен жөн.

Оқытудың тиімділігі мен қолданбалы бағытын арттыруға көбінесе практикалық мәселелерді шешу ықпал етеді. Оқушыларға басқа ғылымдарда, атап айтқанда, басқа пәндерді - химия, физика және биологияны зерттеуде математикалық әдістерді қолданудың өзектілігін көрсету маңызды. Оқушылар үшін ең қызықты және қол жетімді-Интеграл ұғымын енгізу кезінде физикалық модельдерді қолдану. Интеграл ұғымын қарастырған кезде оның анықтамасы дерексіз түрде енгізілгенін ескеру қажет. Сондықтан мұғалімнің алдында тұрған негізгі мәселе-нақтылау,яғни математикалық терминдер мен олардың нақты бейнелерді анықтауы. Материалды зерттеудің осы кезеңінде мұқият таңдалған тапсырмалар мен мысалдар оқушыларға үлкен көмек бола алады[7].

Ал алғашқы функцияны оқытудың әдістемелік схемасы мынадай:

1)өзара кері амалдарға мысалдар қарастыру;

2)интегралды дифференциалдау амалына кері амал ретінде енгізу, ал алғашқы функцияны интегралдау амалының нәтижесі деп қарастыру;

3) мынадай типті жаттығуларды орындау: “Берілген F (x) функциясының басқа бір берілген f (x) функциясының алғашқы функциясы екенін көрсету”, Берілген f (x) функциясы үшін алғашқы функцияны табу туралы есептер шығару;

4) алғашқы функцияның негізгі қасиеттерімен оқушыларды таныстыру;

5) алғашқы функциялардың кестесін түзу;

6) оқушыларды алғашқы функцияларды табу ережесімен таныстыру;

7) алғашқы функцияны қолданып есептер шығару[8].

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Рахымбек Д. Арифметика, алгебра және анализ бастамаларын оқыту әдістемесі/Оқу құралы/ Рахымбек Д. – Шымкент: М.Әуезов атындағы ОҚМУ баспа орталығы, 2015. - 424б.
2. Әбілқасымова А., Корчевский В.Е., Абдиев А.А., Жұмағұлова З.А. Алгебра және анализ бастамалары: Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 11-сыныбына арналған оқулық. Өнд. Толық 2 бас. Алматы: "Мектеп" 2011 ж.,216 б.
3. Александров, Павел Сергеевич. Введение в теорию множеств и общую топологию / П. С. Александров, В. И. Зайцев, В. В. Федорчук. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 352 с.
4. Әшірбаев Н., Оразов И., Қаратаев Ж., Сұлтанбек Т.С. Математикалық талдау (анықталмаған және анықталған интегралдар). Оқу құралы . Шымкент: М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, 2008-210 б .
5. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории: учебное пособие/ В. Ю. Вдовин, Л. В. Михалева, В. М. Мухина и др.-СПб.:Лань,2008.-185 с.
6. Айдос Е.Ж., Балықбаев Т.О. Жоғары оқу орындарына түсушілерге арналған: Оқу құралы.— Алматы: ЖШС РПБК Дәуір, 2006.-464 бет.
7. Васин, Александр Алексеевич. Исследование операций: учебное пособие для вузов/А. А. Васин, П. С. Краснощеков, В. В. Морозов.-М.:Академия,2008.-463с.
8. Досыбеков Қ. Математикалық талдау. –Шымкент, М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, 2007.-354 б

СОДЕРЖАНИЕ
CONTENT

Научное издание

МАТЕРИАЛЫ
Международного научно-методического журнала
«ВЕСТНИК БОБЕК»

Сборник научных статей
Ответственный редактор – Е. Абиев
Технический редактор – Е. Ешім

Подписано в печать 28.02.2024
Формат 190x270. Бумага офсетная. Печать СР
Усл. печ. л. 25 п.л. Тираж 10 экз.